
A. B. C. de la cibernética
V. Kasatkin

Reseña

En el siglo del átomo y de los turborreactores La Cibernética está resultando no solo útil, sino imprescindible en determinadas tareas científicas que se realizan todos los días.

Índice

Introducción

¿Quién es el que va a leer este libro? ¿Para quién se ha escrito?

Se ha escrito para vosotros, para los alumnos del bachillerato. Y a vosotros va dirigida esta introducción.

Como es natural, de la Cibernética ya habéis oído hablar mucho y hasta seguramente habréis leído no poco relacionado con ella. No ignoráis que hoy día la Cibernética ayuda a resolver problemas a los que hasta hace poco no se les encontraba solución.

La invasión de las máquinas cibernéticas "inteligentes" no sólo se aprecia en la técnica, sino también en la medicina, la biología, la lingüística y hasta en las artes.

Pero, en el futuro, esperan a la Cibernética éxitos aún mayores y la ayuda que ha de prestar a los hombres no ha hecho más que iniciarse. Ello sucederá cuando se cuente con más ingenios cibernéticos y cuando sea mayor el número de personas que sepan diseñarlos y utilizarlos.

¿Cómo se puede aprender a diseñar y utilizar estos ingenios?

¿Está al alcance de un alumno del primero o del segundo año del bachillerato superior el desentrañar algunos de los secretos de las maravillas cibernéticas?

¡Lo está!

¡Si, es perfectamente posible! Conozco muchachos de vuestra edad que son competentes en cibernética. ¿Os resulta extraña la expresión "competente en cibernética"? Pues significa, ni más ni menos, que hoy día no basta con tener una idea de la Cibernética en general. Ha llegado el momento en que es necesario estudiar la Cibernética, llegar a ser competente en ella.

Conozco alumnos a los que ya no les basta con leer acerca de máquinas construidas por otros, a quienes ya no les resulta interesante componer modelos según esquemas ajenos, ya preparados. Se trata de los muchachos de la Miniacademia de Ciencias "El Investigador", formada por escolares de Crimea.

En EL ABECEDARIO DE LA CIBERNÉTICA se relata lo que estudian los jóvenes cibernéticos de Crimea. Este libro no es un manual de estudio, pero tampoco es una obra de entretenimiento. EL. ABECEDARIO DE LA CIBERNÉTICA debe leerse sentado a la mesa de trabajo escolar, y tampoco es mala idea el desentrañar su esencia entre un grupo de amigos.

El librito contiene las nociones fundamentales de ciertos aspectos de esta atractiva ciencia. Al leer el ABECEDARIO os parecerá que os asomáis al lugar de trabajo de un científico, conoceréis cómo se cuentan y anotan los números en la Cibernética, sabréis qué es el álgebra de las a proposiciones o cálculo proposicional y cómo se utiliza. Finalmente, veréis con qué "materiales" se construyen las máquinas "intelectivas”.

El éxito os acompañará si leéis atentamente cada línea y realizáis cuidadosamente todos los ejercicios.

La Cibernética espera a los que tienen ansia de saber y a los que buscan, a los hábiles ya los tesoneros. Abre un amplio campo de actividad ante los jóvenes, por muy variadas que sean sus inclinaciones. Si os gusta trabajar ante una hoja de papel y con el bolígrafo en la mano, para ejercitar vuestras inclinaciones matemáticas, la Cibernética os ofrece una gran número de problemas, a cual más interesante. Si os atrae más el soldador, para construir "autómatas intelectivos", la Cibernética os enseñará a diseñarlos. A los que les apasione la lógica, encontrarán un buen número de problemas sobre síntesis y análisis de los esquemas de dispositivos automáticos.

¡Que el éxito os acompañe, aficionados a la Cibernética!

A. STOGNI

Subdirector del Instituto de Cibernética de la A. de C. de la URSS.

Abre este abecedario sorprendente: EL ABECEDARIO DE A LA CIBERNÉTICA. Al igual que en todo abecedario, aquí todo comienza a partir de lo más simple. Es posible que ello te parezca muy fácil, pero no te precipites en tus conclusiones y trata de leer con atención cada línea.

Pero, sobre todo, realiza todos los ejercicios que te van a ser propuestos, resuélvelos con aplicación y tenacidad.

Analiza y estudia cuidadosamente los dibujos e ilustraciones del ABECEDARIO. Nosotros; Paquita, Paco y Pacorro, seremos tus ayudantes. Presta atención, no pases por alto nuestras recomendaciones, te ayudarán a ver lo principal en las páginas del ABECEDARIO.

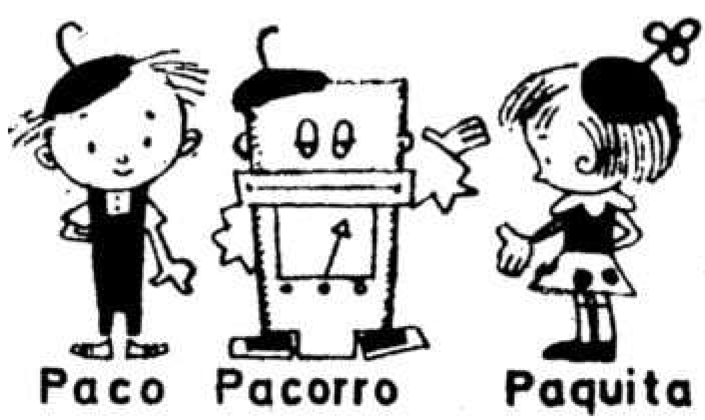
Así, pues, recibe nuestra bienvenida.

Yo soy Paquita.

Yo soy Paco.

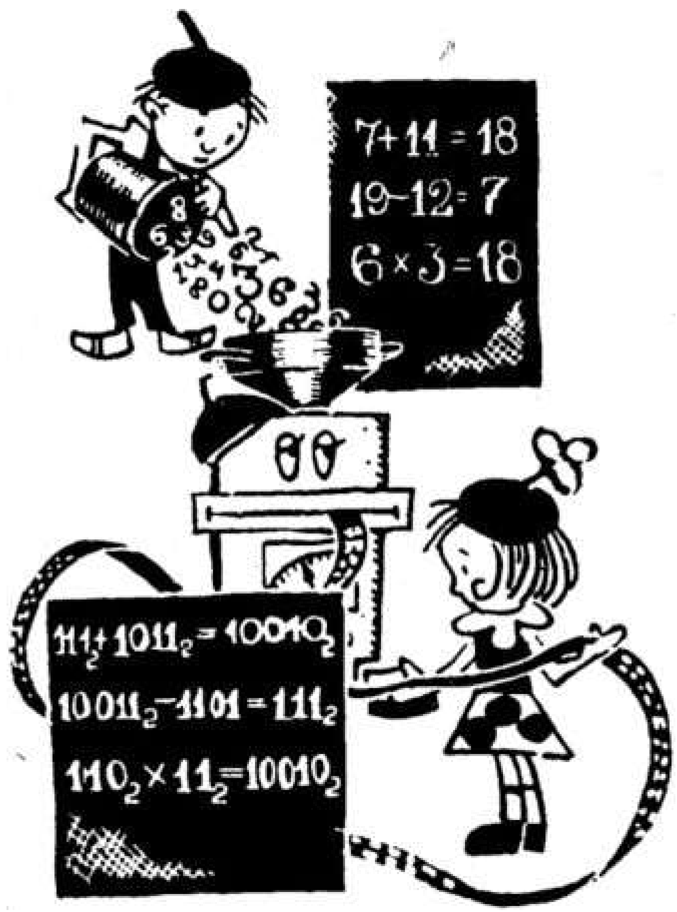
Yo soy Pacorro.

¡Síguenos!



Capítulo 1
Cómo cuentan los cibernéticos

Contenido:



ESTAMOS acostumbrados a contar los objetos por decenas. Diez unidades forman una decena; diez decenas son una centena, y así sucesivamente. Nuestro sistema numérico se llama decimal.

En Cibernética está más difundido otro sistema: el binario. Para contar los objetos de acuerdo con este sistema hay que hacerlo por pares. De este modo, en el sistema binario, el papel de la "decena" lo desempeña el “par”: dos unidades de primer grado forman un par o una unidad de segundo grado. Dos unidades de segundo grado, o dos pares, forman una unidad de tercer grado. Bien es verdad que esta unidad carece de un nombre, como el que tiene la "centena". Dos unidades de tercer grado forman una unidad de cuarto grado, y así sucesivamente.

Veamos cómo deben anotarse las cifras que se obtienen cuando se cuentan objetos por el sistema binario.

Uno	1	
Dos	10	(una unidad de segundo grado)
Tres	11	
Cuatro	100	(una unidad de tercer grado)
Cinco	101	
Seis	110	
Siete	111	
Ocho	1000	(una unidad de cuarto grado)

Prueba a continuar la tabla por tu cuenta. Si te resultara difícil, solicita la ayuda de una persona mayor.

Traduce al lenguaje del sistema binario las cifras decimales siguientes:

11, 23, 17, 47, 52 y 32

Vierte al sistema decimal las cifras que siguen, dadas en el sistema binario:

1001, 1101, 1100, 11000, 1011,1111

Por ejemplo:

$$1100_2 = 12_{10} \text{ o bien } 1111_2 = 15_{10}$$

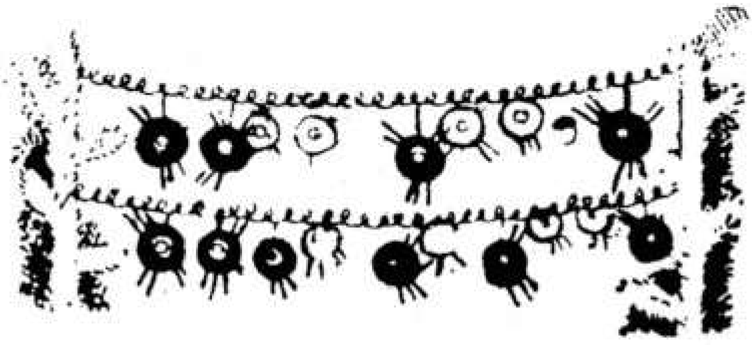
Los subíndices de cada cifra indican el sistema de numeración a que se refieren. Así, la notación 1001_2, indica que la cifra está dada en el sistema de numeración binario.

Ejercicio para desarrollar la comprensión

En una de las fiestas escolares, los muchachos aficionados a la cibernética colgaron en la sala de actos un cartel luminoso, formado por bombillas rojas y verdes.

En el cartel se daba, cifrada, una fecha memorable. ¿Cuál era esta fecha, si cada bombilla roja representaba la cifra "l" y cada bombilla verde un "0"?

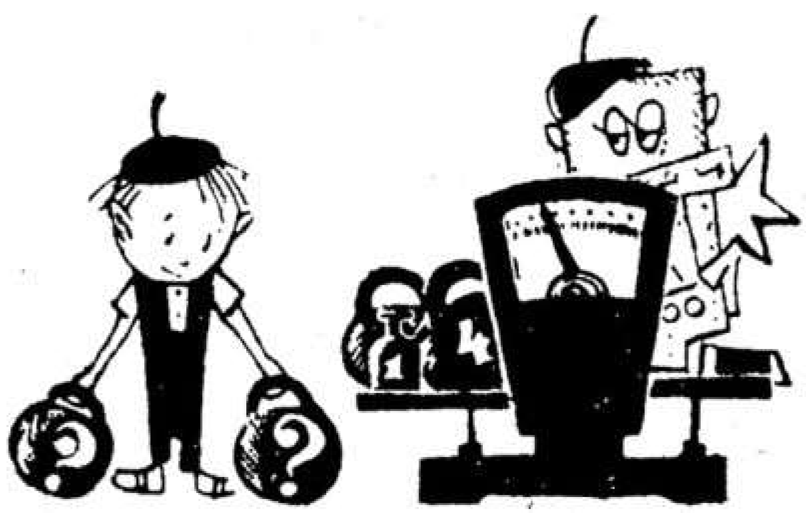
He aquí el cartel:



Otro ejercicio

Si cuentas con pesas de 1 kg, de 2 kg y de 4 kg, puedes ponderar cualquier carga de hasta 7 kg., inclusive. Compruébalo.

¿De qué valor han de ser las otras dos pesas que se agreguen para que se pueda ponderar una carga cualquiera de hasta 31 kg, inclusive?



§. Sorpresas agradables del sistema binario

Acabas de ver cómo se anotan los resultados del cómputo de objetos en el sistema de numeración binario.

Mostraremos ahora cómo se suman las cifras anotadas de acuerdo con el sistema binario.

A los escolares les resulta difícil aprender la tabla de multiplicar. Sin embargo, esta tabla te ha ayudado a realizar operaciones aritméticas con las cifras más altas.

Para realizar cálculos en el sistema binario, se emplean también tablas de sumar y de multiplicar. Seguramente te interesará conocerlas. Fíjate qué sencilla es la tabla de sumar:

$$\begin{aligned} 0+0&=0\\ 0+1&=1\\ 1+0&=1\\ 1+1&=10 \end{aligned}$$

Comprueba ahora, en los ejemplos siguientes, como se efectúan las sumas:

$$\begin{array}{r} 10\\ +\,11\\ \hline 101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101\\ +\,10\\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000\\ +\,111\\ \hline 1111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11\\ +\,11\\ \hline 110 \end{array}$$

Los ejemplos que siguen resuélvelos tú:

$$\begin{array}{r}101\\+\ \ 11\\\hline ?\end{array}\quad\begin{array}{r}110\\+101\\\hline ?\end{array}\quad\begin{array}{r}1001\\+1101\\\hline ?\end{array}\quad\begin{array}{r}1001\\+\ \ 101\\\hline ?\end{array}$$

Resuelve también éstos:

$$\begin{array}{r}1111\\+\ 110\\\hline ?\end{array}\quad\begin{array}{r}1011\\+\ \ 111\\+\ \ 101\\\hline ?\end{array}\quad\begin{array}{r}1001\\+\ \ 101\\+\ \ \ \ 11\\\hline ?\end{array}$$

En todos los casos, comprueba los resultados que obtengas. Para ello, al lado de cada uno de los sumandos del sistema binario pon la cifra equivalente del sistema decimal y comprueba si el resultado de ambas sumas concuerda.

$$\begin{array}{r}110\\+\ \ 11\\\hline 1001\end{array}\qquad\begin{array}{r}6\\+3\\\hline 9\end{array}$$

A fin de llegar a calcular bien en el sistema binario, realiza el mayor número posible de ejercicios. Anótalos siempre en un mismo cuaderno. Los ejemplos te los puedes plantear tú mismo o pedir a las personas mayores que te los pongan.

§. Multiplicar es un poco más difícil

Una vez que hayas asimilado bien la suma en el sistema binario puedes pasar a efectuar multiplicaciones. He aquí la tabla:

$$
\begin{array}{c}
0 \times 0 = 0 \\
0 \times 1 = 0 \\
1 \times 0 = 0 \\
1 \times 1 = 1
\end{array}
$$

Al multiplicar hay que aprender por sí mismo. Observa atentamente los ejemplos resueltos que se dan a continuación, ello te ayudará a comprender cómo se efectúa la multiplicación:

$$
\begin{array}{r}
11 \\
\times\ 1 \\
\hline
11
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
101 \\
\times\ 1 \\
\hline
101
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
11 \\
\times\ 10 \\
\hline
00 \\
+11 \\
\hline
110
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
101 \\
\times\ 10 \\
\hline
000 \\
+101 \\
\hline
1010
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
111 \\
\times\ 101 \\
\hline
111 \\
+000 \\
+111 \\
\hline
100011
\end{array}
$$

En el sistema binario, la multiplicación por "0" se realiza lo mismo que en el sistema decimal. Las filas de ceros que figuran en los ejemplos se han puesto para una mejor comprensión.

Prueba a resolver por ti mismo los ejemplos que siguen:

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 1 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 110 \\ \times 10 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 10 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 1110 \\ \times 11 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 1011 \\ \times 11 \\ \hline ? \end{array}$$

Comprueba tus cálculos, para lo que debes transcribir todos los ejemplos en el sistema de numeración decimal.

Ejercicios para desarrollar la atención

En los ejemplos que siguen, restablece las cifras omitidas, situándolas en lugar del signo "?", y comprueba el resultado:

$$\begin{array}{r} 1?01 \\ +??1 \\ \hline 10000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1?01 \\ +10? \\ \hline 10010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1?1 \\ \times ? \\ \hline 101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1? \\ \times ?1 \\ \hline 1001 \end{array}$$

§. La resta exige mayor atención

Antes de aprender la operación siguiente, la sustracción, trata de determinar correctamente cuál de las dos cifras de cada par es la mayor:

101 y 110
11001 y 1010
110 y 1000
1001 y 1100

Inicia la comparación por los grados más altos.

Entre las cifras siguientes, determina, por su valor absoluto, la mayor, menor e intermedia:

1100, 1001, 1011,
1101 y 1010

Otro ejercicio más

En lugar del signo "?" pon un "1" o un "0", de modo que la cifra así obtenida sea mayor que la otra:

100?? y 10010
10??0 y 10100
1?01? y 11010
110?? y 110000

Pueden darse varias soluciones. Veamos cómo debe realizarse la resta:

$$
\begin{array}{r}
11\\
-1\\
\hline
10
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
101\\
-1\\
\hline
100
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
111\\
-1\\
\hline
110
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
110\\
-10\\
\hline
100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
10\\
-1\\
\hline
1
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
100\\
-1\\
\hline
11
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
100\\
-11\\
\hline
1
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
101\\
-11\\
\hline
10
\end{array}
$$

Según puedes observar, no es muy sencillo. Presta atención. Realiza la prueba de la suma para comprobar todos los ejemplos.

Los ejemplos que siguen resuélvelos solo:

$$
\begin{array}{r}
110\\
-11\\
\hline
?
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
111\\
-101\\
\hline
?
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
1100\\
-111\\
\hline
?
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
10101\\
-1010\\
\hline
?
\end{array}
\quad
\begin{array}{r}
11001\\
-111\\
\hline
?
\end{array}
$$

También en el sistema decimal la sustracción es una de las operaciones más difíciles, por lo que los matemáticos han tratado siempre de simplificar este trabajo. Vamos a estudiar un procedimiento más para efectuar las restas.

Tú estarás seguramente de acuerdo en que en el sistema decimal es siempre más fácil restar una decena o una centena que cualquier otra cifra que no termine en cero, como, por ejemplo, 9 ó 57. Estas cifras son más difíciles de restar.

Es también más fácil restar de una decena o de una centena, lo que se viene utilizando hace mucho tiempo en el cálculo mental.

Recurriremos ahora a un nuevo concepto, al “complemento decimal de un número", es decir, a la diferencia entre 10 ó 100 y el número dado. Así, el complemento decimal de 7 es 3, ya que 3 = 10 - 7.

El complemento decimal de 27 será 73, ya que 73 = 100 - 27.

Para hallar el complemento decimal restamos de la decena, la centena o el millar, lo que no ofrece dificultad.

El complemento decimal se emplea para facilitar la sustracción.

Ejemplo: De 12 hay que restar 7. Procederemos como sigue: primero hallamos el complemento decimal del sustraendo (7). Es la cifra 3 (10 - 7= 3). El cálculo subsiguiente es como sigue: 12 + 3 -10, es decir, comenzamos por sumar 3 a 12 y de la suma obtenida restamos 10.

Seguramente te habrás dado cuenta de que primero hemos restado de diez y luego hemos sustraído diez. No se han restado otras cifras. En el ejemplo dado, la sustracción se ha realizado únicamente con decenas. En ello consiste la ventaja de este procedimiento.

Mediante el complemento decimal del sustraendo, realiza los ejercicios siguientes:

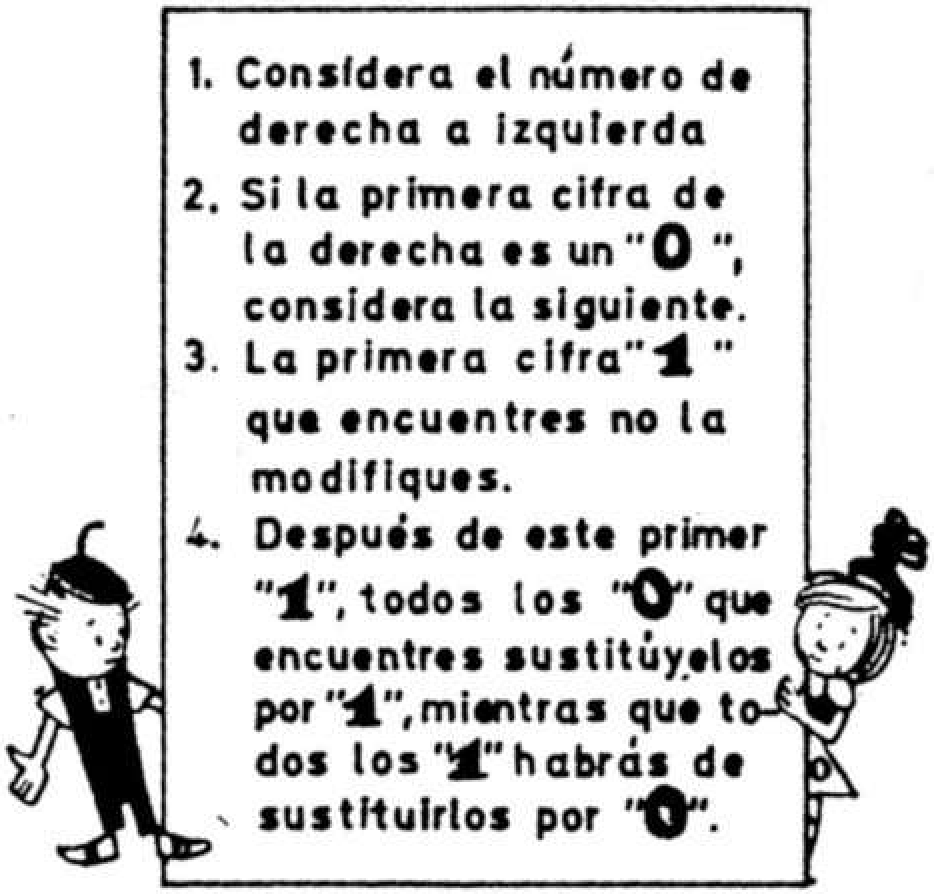
$$127-74=?\quad 369-87 = ?$$

y

$$1025 - 787 = ?$$

Comprueba si has comprendido bien todo. No tengas pereza y vuélvelo a leer. Es importante.

Volvamos a la sustracción en el sistema de numeración binario. Definiremos el concepto de "complemento binario de un número". Este complemento se halla de acuerdo con las instrucciones siguientes:



Como ejemplo, hallaremos el complemento binario del número 101_2. Actuaremos de acuerdo con las instrucciones. Hallamos que el complemento binario es el número 11_2.

Para 1010_2, el complemento binario será la cifra 110_2.

Halla tú solo los complementos binarios de los números binarios siguientes:

$10_2, 11_2. 1001_2, 1100,$

$1101_2 100_2$

Después de estas explicaciones previas, pasamos a estudiar la sustracción mediante el complemento binario del número.

Supongamos que de 1101_2, haya que sustraer 1011_2. Realizaremos la resta según el esquema siguiente:

1. Encontramos el complemento binario del sustraendo. Tendremos 101_2.
2. A continuación sumamos al minuendo el complemento binario recién hallado:

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\ \ 101 \\ \hline \mathbf{10010} \end{array}$$

y de la suma obtenida restamos el número 10000_2.

$$\begin{array}{r} 10010 \\ -\ 10000 \\ \hline \mathbf{10} \end{array}$$

ésta será la respuesta (la diferencia que se buscaba).

Un ejemplo más:

$$1011_2 - 101_2 = ?$$

1. Hallamos el complemento binario del sustraendo 101_2. Es 11_2.
2. Sumamos al minuendo el complemento binario recién hallado:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ \ \ 11 \\ \hline \mathbf{1110} \end{array}$$

de la suma obtenida restamos 1000_2

$$\begin{array}{r} 1110 \\ -\ 1000 \\ \hline 110 \end{array}$$

ésta será la diferencia.

Prueba a resolver por ti mismo los ejemplos siguientes:

$$\begin{array}{r} 10101 \\ -\ 110 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 11101 \\ -\ 1011 \\ \hline ? \end{array} \quad \begin{array}{r} 10001 \\ -\ 1100 \\ \hline ? \end{array}$$

Resuelve los ejemplos con atención y comprueba el resultado en todos los casos.

Qué opinas, ¿debe recurrirse al complemento binario del número si el sustraendo es 10_2, 100_2, 1000_2, etc.?

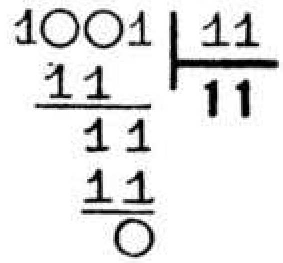
§. La sustracción ayuda a dividir

En el sistema de numeración binario, para dividir hay que saber comparar los números (determinar cuál es el mayor) y restar perfectamente.

Veamos un ejemplo:

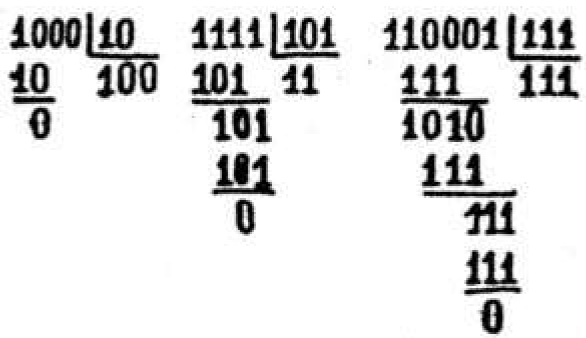
$$1001_2 : 11_2 = ?$$

Situemos los números dados igual que en la división corriente, o sea:



Antes de comenzar el cálculo hubo que comparar 10 con 11. Visto que 10 es menor que 11, pasamos al número 100, que también hemos comparado con 11. Puesto que 100 es mayor que 11, restamos éste de aquél, y así sucesivamente.

Algunos ejemplos más:



Ofrecemos varios ejemplos para que sirvan de entrenamiento:

1110 : 10 = ?

100011 : 111 = ?

11110 : 1010 = ?

Sin embargo, tú seguramente sabes que la división se puede sustituir por la sustracción. ¿Qué significa dividir 30 por 3? No es otra cosa que establecer cuántas veces está contenido 3 en 30. Y esto puede hacerse restando 3 de 30. Restamos un tres, luego otro, después un tercero, y así hasta el último. El número de veces que se reste 3 será el cociente.

Cuando tratamos de sustituir la división por la sustracción es cuando se precisa restar con ayuda de los complementos binarios.

Más tarde verás que en las máquinas calculadoras la división se sustituye realmente por la resta, que se realiza recurriendo al complemento binario.

Damos aquí por finalizado el conocimiento de cómo se realizan los cálculos en cibernética. Ha sido un conocimiento muy breve: solamente hemos operado con un tipo de aritmética no decimal (con la binaria), aún cuando en la cibernética se emplean otros sistemas no decimales de cálculo, por ejemplo, el sistema cuya base es igual a 8.

Para continuar ampliando los conocimientos acerca de los sistemas de cálculo, recomendamos los libros que se citan al final del capítulo quinto.

§. Habla Paco

Hace tiempo que conozco a los jóvenes aficionados a la cibernética de la Miniacademia de Ciencias "El Investigador" de los escolares de Crimea, he asistido a las clases que se dan en la escuela de jóvenes cibernéticos y he visto y manipulado los prototipos de su fabricación.

Al enterarme de que iba a editarse EL ABC DE LA CIBERNÉTICA propuse se incluyeran mis relatos acerca de lo que he visto y oído en “El Investigador" de Crimea.

¡Todo lo que expongo lo he visto, lo he manejado yo mismo, podéis estar seguros!

Los muchachos de Crimea aprenden minuciosamente los sistemas de numeración y comienzan a construir sus prototipos a partir de los más sencillos dispositivos de cálculo..

La máquina de calcular, que han bautizado con el nombre de "Fogata", es, claro está, su mayor orgullo. Cualquiera puede verla en la VI Escuela Media de Yalta. Se trata de una gran calculadora que, por ahora, es el mayor ingenio de cálculo construido por los muchachos soviéticos.

En su fabricación se han empleado más de 500 relés electromagnéticos y aún se hubieran precisado más a no ser por las simplificaciones ideadas por Slava Shevchienko, Vitia Yarova y Boria Kámornitski.

La "Fogata” funciona de acuerdo con el sistema de numeración binario. Suma y resta cifras binarias de décimo grado y multiplica cifras de cuarto grado. Conviene señalar que realiza la sustracción recurriendo al "complemento binario del número”.

Este mismo equipo ha construido también la máquina "Chispa", ingenio destinado a multiplicar dos cifras binarias de segundo grado. Hace unos años, la "Chispa" se expuso en el Certamen Nacional de Trabajos Científicos Juveniles y vino a ser algo así como la primera golondrina llegada de Crimea.

Capítulo 2
Cálculo proposicional

Contenido:

Durante muchos años, la Lógica ayudó a que las Matemáticas se convirtieran en una ciencia armoniosa y consecuente en sus razonamientos. Las Matemáticas se basan en las leyes de la Lógica.

En la actualidad, ha llegado el momento en que las Matemáticas han comenzado a ayudar a la Lógica. En nuestros días, los científicos que se dedican a la Lógica hacen uso de los logros de las Matemáticas. Ha surgido una nueva ciencia: la Lógica Matemática. Ahora vas a trabar conocimiento con uno de sus apartados más sencillos: con el cálculo proposicional.

¿Pero es que existe este tipo de cálculo?

Sí, existe. Entre los muchos tipos de cálculos matemáticos se emplea también el cálculo proposicional, que ha resultado ser de una gran importancia para la cibernética.

Al igual que en todo cálculo matemático, en el proposicional deben existir los objetos con los que en este cálculo. se realizan las operaciones.

¿Con qué se opera, pues?

La respuesta es muy sencilla: con proposiciones. No, no habéis leído mal. Hay que tener en cuenta que las proposiciones son muchas y muy variadas. Las hay exclamativas ("¡Hurra!"), interrogativas

("¿Qué desea usted?") y afirmativas ("Juan es amigo de Pedro"), las hay también impersonales (“Llovía") y de otros muchos tipos. Pero, ¿entonces hemos de entender que en el cálculo proposicional se opera con todas?

No, no todas son objeto del cálculo proposicional.

EN EL CÁLCULO PROPOSICIONAL SE OPERA SOLAMENTE CON PROPOSICIONES AFIRMATIVAS Y, ENTRE ÉSTAS, ÚNICAMENTE CON LAS QUE O SON CIERTAS O SON FALSAS.

Veamos unos ejemplos de proposiciones con las que opera este tipo de cálculo:

A. "El domingo sigue siempre al lunes
B. " Siete por tres, veintiuno".
C. "EL cisne es un ave rapaz".
D. " Larra fue un literato español".

En el Álgebra clásica, las cifras se representan por medio de letras (los que estudian el bachillerato superior saben que los vectores también se pueden representar por medio de letras). No debe, pues, extrañar el que nosotros representemos mediante letras las proposiciones, que son los objetos de nuestro cálculo proposicional.

Si la proposición "A" es falsa, se la representa así: A = 0. Si la proposición "B" es cierta, su fórmula es: B = 1.

¿A qué son iguales las proposiciones C y D?.

Antes de seguir adelante hay que saber distinguir perfectamente qué proposiciones se pueden emplear en el cálculo proposicional y cuáles no.

Ejercicio

Entre las proposiciones que siguen a continuación hay que hallar, primero, las que son "nuestras", es decir, las que pueden emplearse en el cálculo proposicional, y, a continuación, de entre estas últimas, las que son ciertas.

A. "23 es múltiplo de 7".

B. " Por favor, no fumen".

C. " $2x - 3 = 11$"

D. "La tierra gira alrededor de su eje de Oeste a Este".

E. " Los elefantes viven en África y en la India".

F. "¿Qué hora es?"

G. Alexandr Sholojov es el autor de la novela "El Don apacible".

Llamaremos simples a todas las proposiciones analizadas, ya que en ellas sólo se plantea un acontecimiento (puede ser cierto o falso, pero es único).

En el cálculo proposicional, se consideran también oraciones compuestas, formadas por dos o más simples.

Hemos puesto así en claro con qué proposiciones, de entre todas las posibles del lenguaje, vamos a realizar operaciones.

Se trata, pues, de efectuar operaciones con las proposiciones. Pero ¿qué tipo de operaciones?

Las operaciones que realizaremos serán: suma, multiplicación y negación.

§. Las oraciones se pueden multiplicar

¡Vaya sorpresa! ¿Pero es que acaso hay algo, excepción hecha de los números, que se pueda multiplicar? Las matemáticas dan una contestación afirmativa. (El lector que se halle en el último curso del bachillerato superior estará de acuerdo, ya que está familiarizado con la multiplicación de vectores).

Del mismo modo, en el cálculo que comienzas ahora a conocer se pueden multiplicar las proposiciones. Surge, pues, la pregunta: ¿Cómo se pueden multiplicar dos proposiciones?

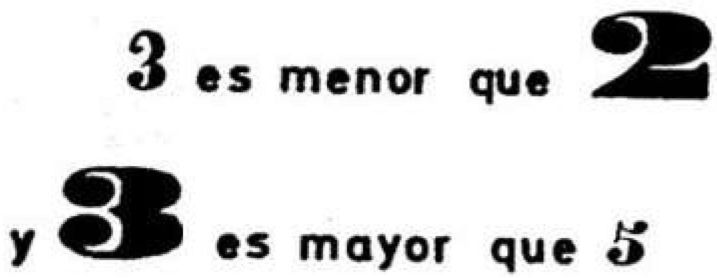
Convendremos en llamar multiplicación a la unión de dos proposiciones para formar una mediante la conjunción "Y". (Más adelante comprenderás por qué se denominan lo mismo dos cosas que, al parecer, son completamente distintas.)

La proposición compuesta que resulta de la unión de otras dos dadas mediante la conjunción "Y" se denomina producto lógico.

Las operaciones se realizan con proposiciones y, como resultado, obtenemos una proposición. Como es natural, nos interesa saber qué relación existe entre la autenticidad del producto lógico y la autenticidad de las proposiciones simples que lo componen.

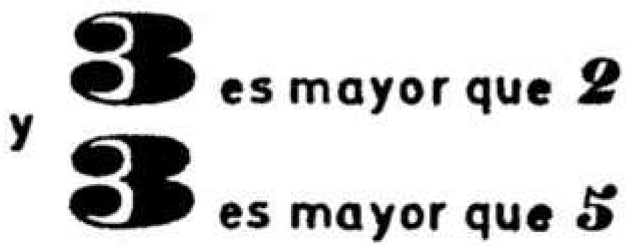
Seguramente estarás de acuerdo con las conclusiones siguientes:

1. Un producto lógico no puede ser cierto si los dos factores son falsos.

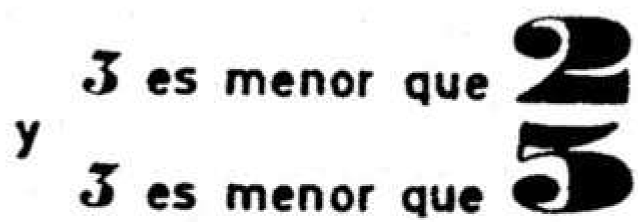


Es evidente que esta oración no es cierta.

2. Tampoco pueden ser ciertos los productos lógicos siguientes:

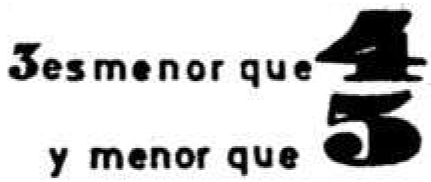


O bien:



En ambos ejemplos, una de las proposiciones era falsa.

3. El producto sólo es cierto cuando todas las proposiciones que lo componen son ciertas:



Vamos a compendiar estas conclusiones en un cuadro:

A	B	AB
I	I	I
I	O	O
O	I	O
O	O	O

El cuadro refleja la veracidad del producto lógico de las proposiciones A y B. Se señala en él cómo depende la veracidad del producto AB de la autenticidad de las proposiciones simples A y B.

Los productos lógicos no se limitan a abarcar dos proposiciones solamente, sino que pueden incluir un mayor número. También en este caso el producto sólo es cierto cuando lo son todas las proposiciones simples (factores) que lo componen.

Ejercicio

Con las tres proposiciones que se dan a continuación, forma el producto lógico y determina, su veracidad:

A. “Los patos invernan en el Sur”.

B. “Los patos pasan el varano en el Norte”.

C. “Las patos no son aves migratorias”.

§. Cómo se suman las proposiciones

Si se unen dos proposiciones mediante la conjunción "O", la proposición compuesta así formada puede denominarse *suma lógica.*

Ejemplo:

A - "Hoy espero la visita de Pepe".
\+ B - "Hoy espero la visita de Juan".

Suma: "Hoy espero la visita de Pepe o de Juan

La proposición compuesta así obtenida es, precisamente, una suma lógica y se suele representar como sigue:

A + B

Veamos un ejemplo más de suma lógica:

"EL arenque vive en el océano o 36 es un múltiplo de 12".

Conviene tener en cuenta una circunstancia importante, relacionada con el empleo de la conjunción "O" en gramática, donde la citada conjunción puede tener dos significados. Esto puede comprobarse fácilmente al considerar las dos proposiciones compuestas que siguen a continuación:

"Pasaré el mes de junio en el campo o haciendo el servicio militar".

"En clase, el profesor le puede preguntar a Pepe o a mi".

En el primer caso, la conjunción "O" se emplea para subrayar la idea de que el que habla podrá estar durante el mes de junio o bien en el campo, o bien haciendo el servicio militar, pero, en modo alguno, en ambos lugares al mismo tiempo. Se emplea aquí esta conjunción en un sentido disyuntivo, o esto, o aquello, una cosa u otra.

Este empleo de la conjunción "O" no es una operación de suma lógica.

Entre las proposiciones que se dan a continuación, encuentra las que son una suma lógica:

"En el ejercicio de control me pondrán un 9 o un 10".

"Cuando suene el clarín, se despertará Pepe o Juan ".

"Este problema lo pueden resolver Natalia o Carlos ".

Indica por qué proposiciones simples están formadas las sumas lógicas que has hallado. Observa el cuadro que sigue y contesta a la pregunta: "¿Qué relación hay entre la veracidad de la suma lógica y la autenticidad de las proposiciones simples que la forman?"

A	B	A+B
I	I	I
I	O	I
O	I	I
O	O	O

§. Negación

Si al predicado de una proposición cualquiera se le antepone la partícula “NO” o se precede la proposición de la frase “NO ES CIERTO", se forma una nueva proposición que se denomina *negación* de la dada y que se representa por la misma letra que ésta, pero con una raya encima. (Se lee $\bar{A}$, "A con raya”.)

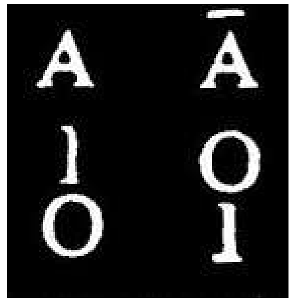
Veamos unos ejemplos:

" Pepe estará de guardia " - A
" Pepe no estará de guardia " - $\bar{A}$
" Mañana es jueves " - B
" Mañana no es jueves " - $\bar{B}$

Si la proposición dada es cierta, su negación será falsa, y viceversa.

" Tres por tres es igual a siete" - $A = O$
" No es cierto que tres por tres sea igual a siete " - $\bar{A} = I$

Todo esto se refleja en el cuadro de la veracidad de la operación de negación.



Compón varias proposiciones y forma sus negaciones. Prueba a expresar la negación de la primera negación y compara su veracidad con la de la proposición dada.

§. Fórmulas de las proposiciones compuestas

LAS proposiciones simples no sólo pueden intervenir en una, sino en varias operaciones. Analicemos la proposición siguiente:

"Iré en autobús o en tranvía y en el trayecto leeré el libro".

Es fácil discernir las tres proposiciones de que está formada la proposición compuesta dada:

A. “Iré en autobús”.
B. "Iré en tranvía”.
C. "En el trayecto leeré el libro ".

Las proposiciones "A" y "B" forman la suma lógica "A + B". La tercera proposición lógica "C" forma, junto con la proposición A + B, el producto lógico.

$$(A+B)\cdot C$$

La proposición compuesta así obtenida se 'puede ahora formular como sigue:

$$\boxed{X=(A+B)\cdot C}$$

Otro ejemplo:

"El rio corre y no corre"

Si la proposición "El río corre” se representa por “A”, la proposición “El río no corre” será su negación y deberá representarse por “ *A”.*

La proposición “El río corre y no corre" tendrá su expresión en la fórmula:

$$\boxed{y=A\cdot\bar{A}}$$

Las proposiciones pueden ser muy complejas. Damos a continuación algunas fórmulas de estas proposiciones compuestas:

$$\boxed{\begin{array}{l} X=AB+\bar{A} \\ X=(A+B+C)\cdot\bar{A} \\ X=(\bar{A}+BC)\cdot B \end{array}}$$

Invitamos a realizar el ejercicio siguiente. Sean las proposiciones:

"Pepe va en autobús A"

"Pepe lee un libro B“

"Pepe canturrea C"

Conocido el significado de cada una de las letras "A", “B” y “C”, trata de interpretar las proposiciones que siguen, dadas por sus fórmulas:

$$\boxed{\begin{array}{l} X = AB\bar{C} \\ X = (A + B)\cdot C \\ X = A\bar{B} + C \\ X = \bar{A}\bar{B}C \\ X = A + B\bar{C} \end{array}}$$

El ejemplo que se da a continuación explica cómo se resuelve el problema propuesto. Sea la proposición:

$$\boxed{X = \bar{A}B\bar{C}}$$

La fórmula de esta proposición se puede descifrar como sigue:

"Pepe no va en autobús y no canturrea , lee un libro ".

Hagamos otro ejercicio

Compón la fórmula de la proposición:

"No es cierto que Pepe vaya en autobús y canturrea"

$$\boxed{X = \bar{A}B\bar{C}}$$

Es necesario aprender bien, con seguridad y sin errores, a componer las fórmulas de las proposiciones compuestas.

§. Cuadros de la veracidad y falsedad

Retrocedamos de nuevo al problema de la determinación de la veracidad de las proposiciones compuestas. Supongamos que una proposición compleja cualquiera tiene por fórmula:

$$x = A + \bar{B}$$

Esta proposición es la suma lógica de las proposiciones "A" y " *B".* Veamos el cuadro:

A	B	$\bar{B}$	$A+\bar{B}=X$
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1

La proposición compuesta dada “X” es tres veces igual a "1", es decir, cierta y sólo una vez falsa (para A = 0 y B = 1).

Estos cuadros se componen para determinar la veracidad de las proposiciones de gran complejidad, expresadas en fórmulas. Se les acostumbra a denominar cuadros de la veracidad. Compón el cuadro de la proposición:

$$y = A\bar{B} + \bar{A}$$

En este cuadro deberán figurar las columnas siguientes:

A	B	$\bar{A}$	$A\bar{B}$	$Y=A\bar{B}+\bar{A}$

Trata de responder a la pregunta: ¿para qué valores de A y B la totalidad de la proposición Y es falsa ?

Da tu opinión acerca de la veracidad de las proposiciones compuestas siguientes:

$$X = A + \bar{A}$$

e

$$Y = B\bar{B}$$

Los ejemplos corresponden a proposiciones de un tipo especial. La primera es una identidad cierta y la segunda una identidad falsa.

La primera proposición es siempre cierta, independientemente de lo que "A" signifique. Su veracidad no viene determinada por el sentido ni por el contenido de la oración "A", sino por la construcción misma de la proposición "X".

En las fórmulas, estas proposiciones se pueden sustituir por la unidad — "I".

La segunda proposición es siempre falsa, sin que ello tampoco dependa de lo que se diga en la proposición "B". Representaremos este tipo de proposiciones por un cero.

§. Propiedades de las operaciones lógicas

Cada una de las operaciones lógicas del cálculo proposicional que acabamos de analizar poseen determinadas propiedades.

Así, por ejemplo, en la suma lógica:

$$A + B = B + A$$

— al cambiar el orden de las proposiciones, la veracidad de su suma lógica no se altera.

(Se trata de la propiedad conmutativa, al igual que en la suma corriente.)

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

— mientras que ésta es la propiedad combinativa, que se da también en la suma corriente.

$$A + A + A + ... + A = A$$

— ésta, en cambio, no es una propiedad corriente: la veracidad de la suma no se altera cuando la proposición se repite varias veces.

$$\boxed{\begin{array}{l} A + 1 = 1 \\ A + 0 = 0 \end{array}}$$

— comprueba esta otra con ayuda del cuadro de la veracidad.

He aquí, a continuación, las propiedades del producto lógico:

$$\boxed{\begin{array}{l} AB = BA \\ A(BC) = (AB)C \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} A \cdot A \cdot A \ldots A &= A \\ A \cdot 1 &= A \\ A \cdot 0 &= 0 \end{aligned}}$$

Mientras que las que siguen son las propiedades de la operación de “negación":

$$\boxed{\bar{\bar{A}} = A;\ A + \bar{A} = 1;\ A \cdot \bar{A} = 0}$$

Estas tres operaciones están vinculadas entre sí por propiedades distributivas. Al igual que el álgebra clásica, la multiplicación (lógica) posee una propiedad distributiva respecto a la suma (lógica):

$$\boxed{A(B + C) = AB + AC}$$

Pero en el cálculo proposicional se da un "prodigio". Resulta que también la suma lógica posee una propiedad distributiva respecto a la multiplicación lógica:

$$\boxed{A + BC = (A + B)(A + C)}$$

Para comprobarlo, compondremos el cuadro de la veracidad. Veamos cómo aparece en el caso, dado:

A	B	C	BC	A + BC	A + B	A + C	(A + B)(A + C)
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Completa el cuadro y compara las columnas 5ª y 8ª. La proposición "A + BC" y la "(A + B) (A + C)" poseen idénticos cuadros de veracidad. Estas proposiciones las llamaremos *equivalentes.*

Las proposiciones equivalentes son intercambiables: la idea que expresa una de ellas, la expresan también las otras. Las proposiciones equivalentes se pueden unir mediante el signo "=".

Este tipo de proposiciones es muy importante.

Al considerar las propiedades de la multiplicación lógica te habrás dado cuenta, seguramente, de que posee todas las propiedades de la "multiplicación de los números". La igualdad de propiedades permite llamar lo mismo a la "multiplicación de los números" y a la unión de dos proposiciones mediante la conjunción "Y" para formar una sola.

Del mismo modo se explica también la "legalidad" del nombre atribuida a la labor gramatical que se realiza con ayuda de la conjunción "O".

§. Negación de las proposiciones compuestas

Es muy frecuente el enfrentarse a fórmulas de proposiciones compuestas, en las que la negación no sólo se propaga a una proposición simple, tomada aisladamente, sino a toda la proposición compuesta en su conjunto.

Por ejemplo: X = A + C. En la proposición “X” dada, la operación de negación se realiza sobre la suma A + C.

En el cálculo proposicional existen dos fórmulas que permiten sustituir la negación de las proposiciones compuestas por la negación de las simples que la componen. He aquí estas fórmulas:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

De la exactitud de estas fórmulas convéncete por ti mismo componiendo el cuadro de la veracidad.

La primera fórmula se puede leer así:

> *“La negación del producto lógico de dos proposiciones es equivalente a la suma lógica de las negaciones de estas mismas proposiciones."*

Lee tú solo la segunda fórmula.

Recuerda que el número de proposiciones simples que intervienen en estas fórmulas puede ser mayor de dos

$$\overline{ABCD\ldots K} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \ldots + \bar{K}$$

$$\overline{A + B + \ldots + K} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \ldots \bar{K}$$

Simplifica las fórmulas que se dan a continuación, de modo que en las obtenidas no se contenga negación de las proposiciones compuestas.

$$X = \overline{AB} + \bar{B}$$

$$Y = \overline{\bar{B}C + C}$$

$$Z = \overline{\bar{A}C} + B\bar{C}$$

§. De lo complejo a lo sencillo[1]

Así pues, conoces ahora las propiedades principales de las operaciones "suma lógica", "producto lógico" y "negación". Se plantea a continuación la pregunta: ¿cómo se utilizan?

Ante todo, las fórmulas de las proposiciones complejas se pueden considerar como polinomios singulares del cálculo preposicional y, al igual que en el álgebra corriente, con estos polinomios se pueden realizar todo tipo de operaciones.

Pero, puesto que en el cálculo proposicional las propiedades de las operaciones no coinciden exactamente con las propiedades del álgebra corriente (recuerda, por ejemplo, que existe una segunda ley

[1] Ver también el apéndice

distributiva A + BC = (A + B) (A + C), también las transformaciones de las fórmulas serán un tanto especiales.

En primer lugar, hay que aprender a simplificar las fórmulas de las proposiciones complejas. ¿Qué significa simplificar?

Convendremos en entender por simplificación aquella transformación de la fórmula dada que dé como resultado una fórmula que contenga el menor número posible de letras y carezca de negaciones de las proposiciones.

Mediante unos cuantos ejemplos, veremos cómo se realiza esto.

Sea la proposición compleja: X = A + AB.

Simplificaremos como sigue. En la proposición dada, sacaremos el factor común "A", con lo que tenemos X = A (1 + B). Dado que 1 + B = 1, tenemos que X = A_1, o bien. X = A.

$$\mathbf{A + AB = A}$$

Otro ejemplo: simplifiquemos la proposición:

$$\mathbf{X = A(A + B)}$$

Comenzamos por abrir el paréntesis: X = A - A + A - B. Si recordamos que A - A = A, tenemos que X = A + A - B, es decir, el mismo caso que en el primer ejemplo. Por consiguiente:

$$\boxed{A(A+B)=A}$$

Las fórmulas (1) y (2) se deben aprender de memoria. A veces, la simplificación que se realiza aplicando estas fórmulas se denomina absorción. Una proposición aislada que actúa como sumando, absorbe en la suma a los demás sumandos en los que interviene en calidad de factor, tal es el contenido de la fórmula (1).

Prueba a interpretar de forma análoga el contenido de la fórmula (2).

Veamos dos fórmulas más, muy útiles y de empleo frecuente en la simplificación:

$$AB+A\bar{B}=A$$

$$(A+B)(A+\bar{B})=A$$

Demuestra la justeza de estas fórmulas. Para ello, recurre al cuadro de la veracidad. A la simplificación que se realiza mediante estas fórmulas se la suele llamar *aglutinación.*

Simplifica:

$$x = \overline{AB} + \overline{A} \qquad x = \overline{AB} + \overline{A}BC$$

$$x = A + \overline{\overline{A}B} \qquad x = \overline{A} + \overline{AB + \overline{B}}$$

$$x = \overline{\overline{A}\,\overline{B}} + \overline{A} \qquad x = A\overline{B}C + A\overline{BC} +$$

$$x = \overline{A + \overline{\overline{A}B}} \qquad ABC + A\overline{B}$$

Comprueba los resultados que has obtenido con los que se dan al final del libro.

§. Habla Pacorro

Esto sucedió en la bahía Strielietska, cerca de las ruinas de la antigua ciudad de Jersón.

Aquí, en las cercanías de Sebastopol, estaba situado el campamento de la Miniacademia de Ciencias "El Investigador" de los escolares de Crimea. Conjuntamente con especialistas en matemáticas, física, química y astronomía, descansaban y estudiaban en el campamento los jóvenes aficionados a la cibernética de las distintas ciudades de Crimea.

Como es habitual, el período de estancia en el campamento finalizó con una conferencia científica, en la que también intervinieron los cibernéticos.

-Proponed una fórmula cualquiera de las posibles en el cálculo proposicional y nuestro robot la simplificará con estas palabras inició su intervención el miembro de número de la Miniacademia de Ciencia, la escolar de la ciudad de Yalta, Olia Korobítsina.

Mi asombro no tuvo límites, ¿acaso se podía encargar a una máquina un trabajo para el que se precisa una gran dosis de habilidad y experiencia?.

Pues sí, resultó ser posible. Olia convenció a todos de que era posible llevar a la práctica el proyecto propuesto, que había elaborado conjuntamente con su amiga Liuda Korcháguina.

- Es una lástima que no podamos construir este robot, continuó Olia. Dejamos ya la escuela, pero es posible que otros muchachos quieran llevar a la práctica nuestro proyecto.

Y el robot fue fabricado. Hace poco estuve en el Certamen Nacional de Trabajos Científicos Juveniles y vi actuar este ingenio. Lo han construido los alumnos de Sinferópol, Liuba Búdnikova y Viera Kóstina.

Hasta entonces no se conocía una máquina similar. Se trata de un robot admirable. Hay que tener en cuenta que tras cada fórmula del cálculo proposicional se oculta una deducción, muy compleja a veces, y el robot ayuda a expresarla de forma más sencilla y precisa. El ingenio que ayuda a expresar una idea es un gran logro de los jóvenes cibernéticos.

Capítulo 3
Problemas corrientes de un cálculo singular

Contenido:

§. Habla Paco

LA primera aplicación del cálculo proposicional que vas a conocer consiste en la resolución de problemas lógicos y en el análisis de algunas de las deducciones más simples.

Comúnmente, la solución de los problemas lógicos exige una gran habilidad. El cálculo proposicional facilita su solución.

Aprendamos a resolver los problemas lógicos. Tomemos, por ejemplo, éste:

"El corresponsal de un periódico ha podido enterarse de que para el vuelo cósmico de turno han sido designados comandante de la nave, físico y radiotelegrafista de: la expedición tres astronautas cuyos nombres son Serguiéiev, Matviéiev y Alexiéiev.

Partiendo de estos datos, ha supuesto que el comandante de la nave es Serguiéiev, Matviéiev será el físico, mientras que Alexiéiev, técnico en radio, no puede ser el comandante de la nave.

Más tarde se puso en claro que sólo uno de estos supuestos resultó ser cierto.

¿Qué cargos tenían en la nave Serguiéiev, Matviéiev y Alexiéiev?

Te proponemos que resuelvas el problema. ¿Lo has resuelto?

Veamos ahora cómo se resuelven estos casos con ayuda del cálculo proposicional.

¿QUIÉN ES EL CAMPEÓN?

"Se celebran los campeonatos escolares de gimnasia. Los hinchas discuten apasionadamente el desarrollo de la competición y hacen cábalas acerca de los vencedores."

Uno de los apasionados de la gimnasia estima que *Natacha será la primera y Maya la segunda de la competición.*

Otro de los hinchas *vaticina un segundo puesto para Lida y no da más de un cuarto lugar para Rita, ya que, en su opinión, es la concursante más débil.*

Un tercer aficionado a este deporte no está de acuerdo con la opinión anterior. Considera que *Rita ocupará el tercer lugar y Natacha será segunda.*

Una vez finalizadas las pruebas, se pudo comprobar que cada uno de los hinchas sólo acertó uno de sus vaticinios.

¿Qué puesto obtuvieron en el campeonato Natacha, Rita, Maya y Lida?"

Así pues, partimos de varias proposiciones (los vaticinios acerca de los resultados del campeonato) y hay que hallar otras proposiciones que respondan a la pregunta del problema.

Si para resolver un problema en el álgebra corriente designas mediante letras determinadas cifras (las cantidades conocidas y las desconocidas), en el cálculo proposicional designaremos por medio de letras las proposiciones.

En este problema, cada proposición se representará así:

"La primera será Natacha", por N_1 *"Maya será la segunda",* por M_2, *"Rita ocupará el cuarto lugar",* por R_4, y así sucesivamente.

El primer hincha aventuró una suposición en forma de proposición compleja. Su fórmula es: N_1M_2. Esta suposición posteriormente se vio que era falsa, es decir: $N_1M_2 = 0$.

Pero por condición del problema se sabe que, o bien $N_1 = 1$, o bien $M_2 = 1$, puesto que ese aficionado acertó en una de sus predicciones, por lo que o Natacha ocupó el primer lugar o Maya el segundo.

Esta idea se puede expresar como sigue:

$$N_1 \overline{M}_2 + \overline{N}_1 M_2 = 1 \quad (1)$$

Razonando así, compondremos las fórmulas de las proposiciones para el segundo y el tercer aficionados:

$$L_2 \overline{R}_4 + \overline{L}_2 R_4 = 1 \quad (2)$$

$$N_2 \overline{R}_3 + \overline{N}_2 R_3 = 1 \quad (3)$$

Estas fórmulas se pueden denominar ecuaciones lógicas, ya que contienen proposiciones para las que buscamos su significado (su veracidad).

Las proposiciones (1), (2) y (3) reflejan correctamente lo sucedido en el campeonato, ya que todo transcurrió como en ellas se dice. Si con estas tres proposiciones se forma un producto lógico, éste será cierto.

Hagámoslo. El producto será:

$$(N_1 \overline{M}_2 + \overline{N}_1 M_2)(L_2 \overline{R}_4 + \overline{L}_2 R_4)(N_2 \overline{R}_3 + \overline{N}_2 R_3) = 1$$

Comencemos ahora por multiplicar el segundo paréntesis por el tercero:

$$L_2 \overline{R}_4 N_2 \overline{R}_3 + L_2 \overline{R}_4 \overline{N}_2 R_3 + \overline{L}_2 R_4 N_2 \overline{R}_3 + \overline{L}_2 R_4 \overline{N}_2 R_3 = 1$$

El primer sumando:

$$L_2 \overline{R}_4 N_2 \overline{R}_3 = 0, \text{ ya que: } L_2 N_2 = 0$$

ya que está descartado el que Natacha y Lida compartieran el segundo puesto.

El cuarto sumando:

$$\overline{L}_2 R_4 \overline{N}_2 R_3$$

es también falso (igual a o), ya que:

$$R_4 R_3 = 0$$

puesto que Rita no pudo ocupar, simultáneamente, dos puestos, Después de eliminar estas proposiciones, tenemos:

$$L_2 \overline{R}_4 \overline{N}_2 R_3 + \overline{L}_2 R_4 N_2 \overline{R}_3 = 1 \qquad (4)$$

Multipliquemos las ecuaciones (4) y (1)

$$N_1\overline{M}_2L_2\overline{R}_4\overline{N}_2R_3 + N_1\overline{M}_2\overline{L}_2R_4N_2\overline{R}_3 + \overline{N}_1M_2L_2\overline{R}_4\overline{N}_2R_3 + \overline{N}_1M_2\overline{L}_2R_4N_2\overline{R}_3 = 1 \quad (4)$$

En esta proposición compleja, son iguales a cero (falsas) la segunda, la tercera y la cuarta. (Explica por qué.)

La primera proposición es cierta:

$$\boxed{N_1\overline{M}_2L_2\overline{R}_4\overline{N}_2R_3 = 1}$$

Interpretémosla:

$N_1 = 1$ - "Natacha ocupa el primer lugar".

$L_2 = 1$ -"Lida ocupa el segundo lugar".

$R_3 = 1$ - "Rita el tercero". Y Maya quedó la última, en cuarto lugar.

Ahora es absolutamente necesario comprobar si la solución del problema corresponde a sus condiciones, Determina qué es lo que ha acertado cada uno de los hinchas.

La solución del problema que sigue servirá para que compruebes si has aprendido a resolver los problemas lógicos:

“Para establecer el horario de las clases en una escuela hay que tener en cuenta los deseos del profesor de matemáticas, quien ha pedido que su lección sea la primera o la segunda; del profesor de historia, quien sólo puede llegar a la clase primera o a la tercera, y del profesor de literatura, para el que sólo son factibles las horas correspondientes a las lecciones segunda o tercera.

¿Cuál debe ser el horario para atender a las posibilidades de cada uno de los maestros? ¿Cuántos horarios distintos pueden darse ?".

Un problema más:

"Se había cometido un asesinato. Se sospechaba de tres personas: Brown, John y Smith. Durante la investigación. cada uno hizo dos declaraciones clave:

Brown: Yo no lo hice. John tampoco lo hizo.

John: Brown no lo hizo. Lo hizo Smith.

Smith: Yo no lo hice. lo hizo Brown.

En el acta de los interrogatorios se señalaba que uno de los sospechosos era un anciano que merecía todos los respetos y que sus dos afirmaciones eran ciertas; el segundo, por el contrario, era un conocido estafador y en ambos casos había mentido; el tercero, finalmente, era un habitante de la ciudad que pasaba inadvertido y una de cuyas declaraciones era cierta, mientras que la segunda era falsa."

Trata, con estos datos, de esclarecer quién era el criminal, como se llama el anciano de todos respetado, cuál es el nombre del estafador y cuál el del habitante gris de la ciudad.

Pero el cálculo proposicional no sólo se puede utilizar para resolver problemas. Veamos una explicación más del mismo.

Un observador examina las cifras anotadas en una larga tira de papel que va pasando lentamente ante él. De acuerdo con unas instrucciones que posee, el observador debe tachar ciertas cifras de entre las que van surgiendo en la tira.

Las instrucciones son:

> *"Tache las cifras que, simultáneamente, sean divisibles por tres, terminen en cero y la suma de cuyos números componentes sea superior a 31. Se deben tachar también aquellas cifras que no sean divisibles por 3, terminen en cero y la suma de cuyos números componentes no supere 31, así como las cifras que terminadas en cero y siendo divisibles por 3 tengan una suma de números componentes interior a 31. Se deberán, asimismo tachar las cifras que terminen en cero, cuya suma de números componentes sea superior a 31, pero no sean divisibles por 3. Y, finalmente, hay que tachar las cifras múltiplos de tres, que no terminen en cero y cuya suma de números componentes sea superior a 31."* .

Hay que reconocer que las instrucciones son largas y confusas.

Vamos a tratar de establecer la fórmula de estas instrucciones, de esta proposición tan compleja y confusa.

Convengamos en que las proposiciones:

> "La cifra se divide por 3” = A
>
> "La cifra termina en cero" = B y
>
> "La suma de lo números que componen la cifra es superior a 31“ = C

Entonces, la fórmula de la proposición compleja de las instrucciones toma la forma:

$$x_1 = ABC + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C$$

Trata ahora de simplificarla. Si operas correctamente, el resultado será:

$$x_2 = B + AC$$

Leamos estas nuevas instrucciones:

> "*Tache las cifras que terminen en cero o las que, siendo múltiplo de 3, tengan una suma de sus números componentes superior a 31.*"

Con ayuda del cuadro de la veracidad, comprueba las proposiciones X_1 y X_2 son equivalentes.

¿Verdad que esta aplicación de la nueva álgebra resulta interesante? De unas instrucciones confusas hemos llegado a otra breve y comprensible. Lee una vez más estos párrafos.

Esta nueva forma verbal del pensamiento se denomina reducción a mínimos (miniaturización).

La reducción a mínimos es un apartado importante del cálculo proposicional. Existen varios procedimientos para efectuar la reducción a mínimos y el dominio de los más eficaces es absolutamente necesario.[2]

§. Habla Paco

¡Los problemas lógicos son un hueso duro de roer!

Es verdad que el cálculo proposicional ayuda a resolverlos, pero, de todos modos, no es cosa fácil.

Yo estaba convencido de que no había máquina ni mecanismo alguno capaz de resolverlos. ¿Acaso podían estar a su alcance?

Pero hete aquí que me llega la noticia de que existe esta máquina, de que ha sido ideado un dispositivo para resolver los problemas lógicos. ¿Y a que no sois capaces de adivinar quiénes lo han construido? ¡Unos muchachos! Sí, dos jóvenes aficionados a la cibernética de la ciudad de Yalta, Slava Voskriesienski y Vitia Kompanichienko, habían construido una máquina automática capaz de resolver problemas lógicos. Y el primer problema que resolvió su máquina fue el que aparece al comienzo del tercer capítulo, el que trata de los componentes de la expedición.

Hice un viaje a Yalta para ver con mis propios ojos ese “milagro".

Si, existe, he visto la máquina, cuya bonita caparazón de plástico aparece decorada en blanco y rojo.

En su interior, un selector de paso progresivo y un relé electromagnético. Muy sencillo.

---

[2] Mira el Apéndice.

No hay más que representar las proposiciones que se dan en las condiciones del problema por medio de letras y mediante un disco telefónico hacer llegar a la máquina estas condiciones así cifradas.

Instantáneamente se obtiene la respuesta.

Mi asombro y alegría no tuvieron límites. ¡Extraordinario! Los muchachos habían trabajado a conciencia y con tesón. Sólo así se pueden lograr buenos resultados.

No pude por menos de preguntarles cuál era su nuevo trabajo.

Estudiamos la construcción de un robot capaz de descifrar imágenes. Es un problema muy sugestivo. Es posible que podamos hacer algo que valga la pena - me respondió Vitia Kompanichienko.

Y cumplieron su palabra Un año más tarde, el académico Andret Nikoláievich Kolmorógov dio su aprobación al proyecto de un pequeño robot descifrador de imágenes presentado por los dos muchachos y del que informaron en una de las sesiones ordinarias de la Miniacademia de Ciencias.

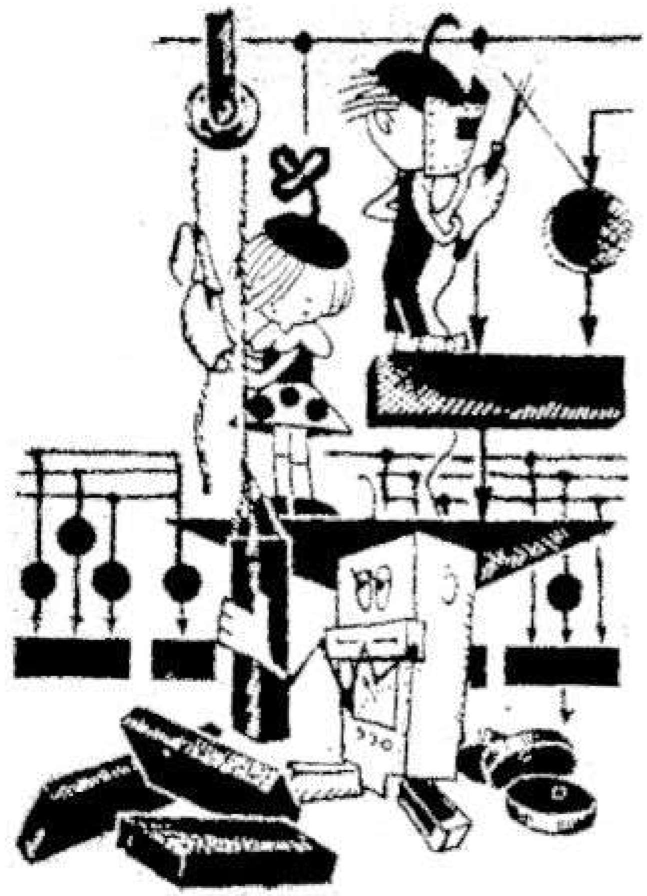
!Que el éxito os acompañe en vuestras búsquedas de lo nuevo, jóvenes investigadores!

Capítulo 4
Los elementos lógicos son las células cerebrales de los robots

Contenido:

Todo lo que has estudiado hasta ahora puede parecerte muy alejado de la creación de máquinas automáticas, Ahora podrás convencerte de lo contrario.

Ha llegado el momento de coger el soldador. Vas a darte cuenta de que el cerebro ayuda a las manos y verás de qué modo el cálculo proposicional se aplica a la creación de las máquinas "inteligentes".

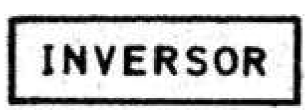


Si sabes que las proposiciones A y B son ciertas, puedes hallar la veracidad de su suma lógica y la de su producto lógico. Si sabes que una proposición cualquiera es cierta, puedes también conocer si su negación lo es.

El cálculo proposicional se puede considerar que es equivalente a un cálculo en el que se opera con señales, ya que acerca de cada proposición sólo nos hace falta saber si es cierta o falsa. En el cálculo de señales se suman, multiplican y niegan señales acerca de la veracidad de las proposiciones.

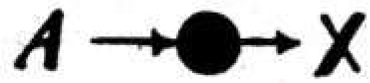
¿Se puede confiar a una máquina que realice esta labor con las proposiciones? ¿Puede una máquina sumar multiplicar y negar señales de acuerdo con las reglas del cálculo proposicional?

Sí, puede hacerlo. Los dispositivos que saben "multiplicar”, "sumar" y "negar" señales se llaman el más simple de los elementos Lógicos es el que se utiliza para operar la negación. A este elemento se le denomina "NO", o bien:



De ahora en adelante, convendremos en representar en los esquemas el elemento "NO" como sigue:[3]

[3] Consulta el apéndice para una actualización de la simbología.

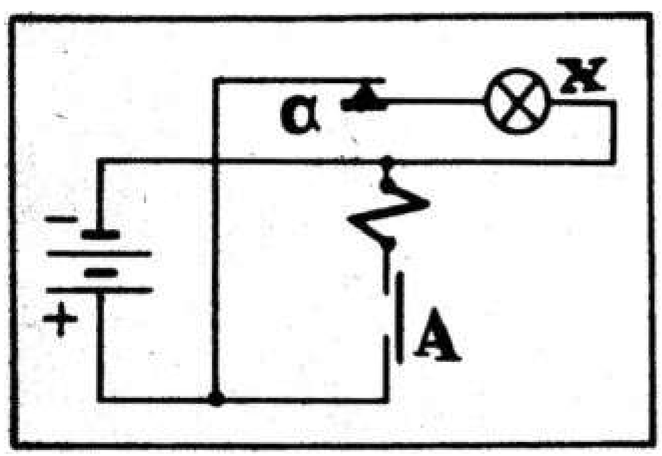


En este esquema, A es la entrada y X la salida del elemento.

Si a la entrada del elemento hay una señal, esto significa que al elemento dado se le propone realizar la negación de la proposición cierta. La ausencia de señal a la salida significa que el elemento realiza la negación de una proposición falsa.

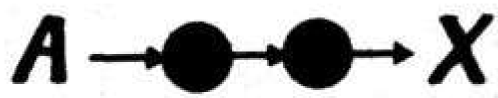
De lo expuesto resulta que para A = 1, X = 0 y que para A = 0 , X = 1.

La construcción más simple de un inversor responde al esquema siguiente:



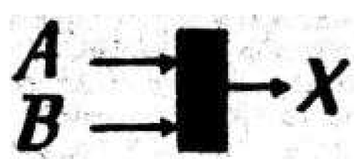
Si se aprieta el botón A (lo que implica dar paso a una proposición cierta a la entrada del elemento), pasará corriente por la bobina del relé, los contactos "a" de este se abrirán y el piloto (X), que estaba luciendo, se apaga, es decir, desaparece la señal a la salida del elemento "NO".

Cuando el botón A no se pulsa, hay señal a la salida del elemento (el piloto luce). Veamos ahora el esquema:



A la entrada del primer elemento existe una señal. ¿Qué se puede decir acerca de la señal a la salida del esquema? ¿A qué es igual X? Prueba a componer un esquema eléctrico que sea equivalente al que acabamos de ver.

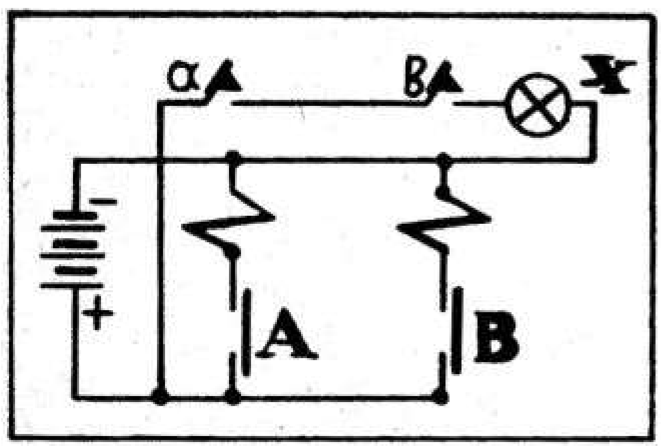
El dispositivo que forma un producto lógico se denomina elemento lógico "Y". En los esquemas, el elemento. “Y" se representará como sigue:



En este esquema, A y B son las entradas del elemento y X su salida.

La señal a la salida del elemento, correspondiente a la veracidad del producto AB, sólo debe aparecer cuando existan simultáneamente señales en las entradas A y B (cuando simultáneamente sean ciertas las proposiciones que actúan de factores).

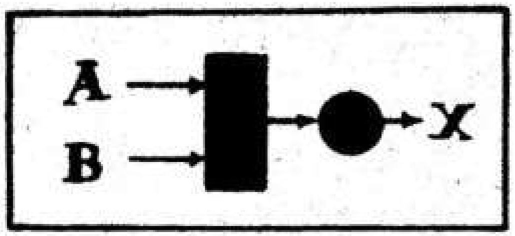
Esta forma de operar con las señales se logra mediante un dispositivo cuyo esquema eléctrico sea:



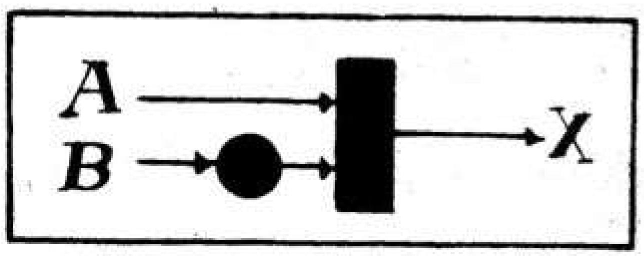
En efecto, la señal a la salida del elemento aparece, única y exclusivamente, cuando los contactos “a” y “b”, que normalmente están abiertos, queden conectados a la vez.

Cuando una cualquiera de las proposiciones que intervienen en la operación del producto lógico sea falsa (en este caso uno de los botones A o B no será pulsado), no habrá señal a la salida X, lo que implicará la falsedad del producto.

Mira ahora el esquema:

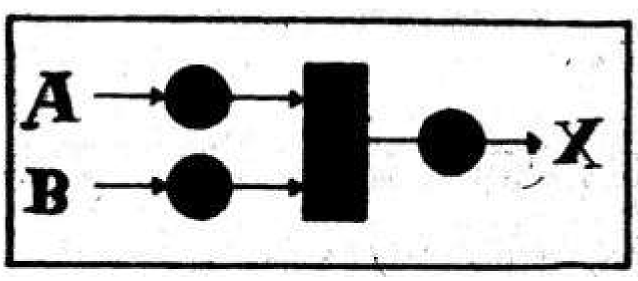


¿Habrá señal a la salida X, si A = 1 y B = 0? Un esquema más para investigar:



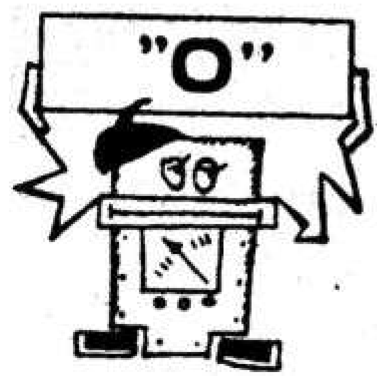
¿Qué puedes decir acerca de la señal a la salida del esquema, si A = 0 y B = 1?

¿Qué puedes decir acerca de la señal a la salida de este mismo esquema si A = B = 1? Una última pregunta de control.

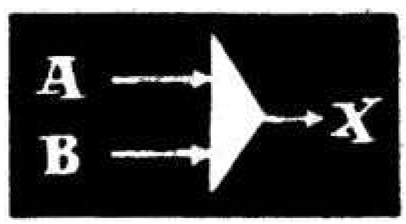


¿Se puede afirmar que a la salida del dispositivo de la fig. anterior aparecerá una señal solamente cuando se carezca simultáneamente de señales en las entradas?

El dispositivo que forma una suma lógica de señales se denomina elemento lógico “O”.

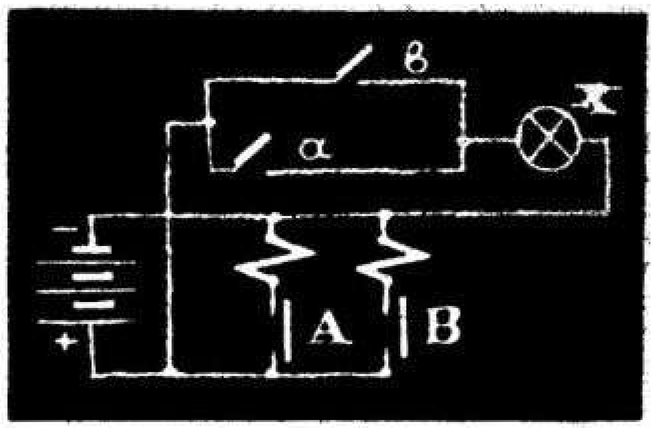


Su representación convencional se da en la figura. siguiente:



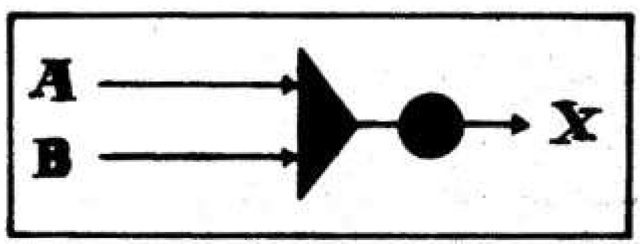
Cuando hay señal en una cualquiera de las entradas o en las dos simultáneamente, debe haber también señal en la salida.

El esquema eléctrico del elemento “0” es:

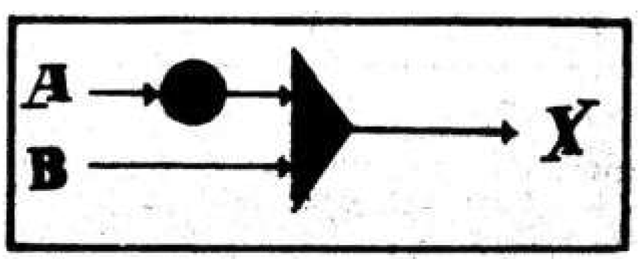


Los contactos de los relés "a" y "b" están conectados en paralelo, por lo que para que se encienda el piloto (X) basta con que se conecte uno de ellos o los dos al mismo tiempo.

Sea el esquema:

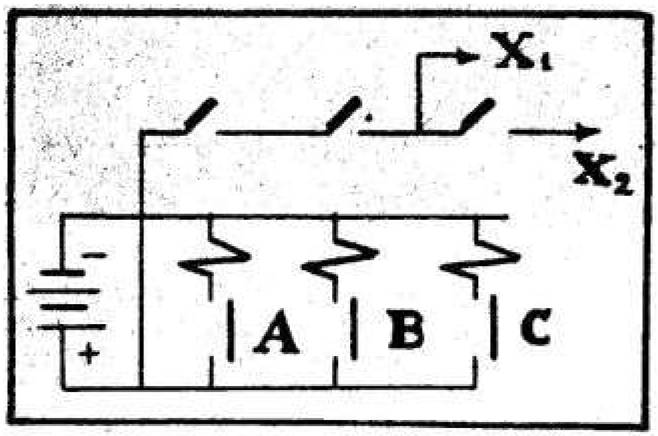


Si A = B = 0, ¿cuál será el significado de la señal a la salida ? Otro ejemplo:

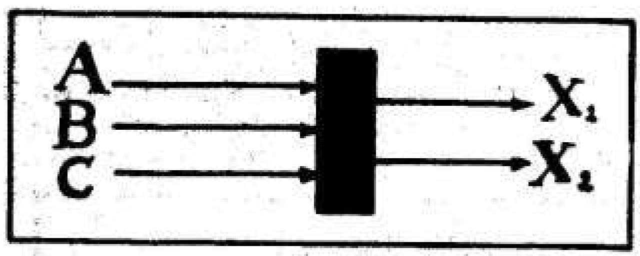


Si A y B son iguales a o, ¿cuál será el significado de la señal a la salida de este esquema? Un ejercicio más difícil.

Sea el esquema eléctrico de determinado dispositivo que se da en la figura.



Convencionalmente, este dispositivo se puede representar así:



El dispositivo tiene tres entradas, A, B y C, y dos salidas, X_1 y X_2. ¿Cuál será el significado de las señales en las salidas X_1 y X_2 si A = B = 1, mientras que C = 0?

¿Y si A = B = C = 1? ¿Y si A = 0 mientras que B = C = 1?

§. De lo sencillo a lo complejo

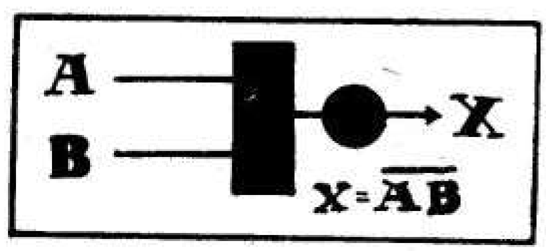
Los elementos "Y", "O" y "NO" son las piezas con las que se puede construir cualquier máquina cibernética que se desee. Sí, no hay error, cualquiera, desde una sumadora, hasta la que es capaz de jugar al ajedrez o traduce de un idioma a otro.

Uniendo los elementos lógicos se puede formar con ellos, como si fueran piezas, mecanismos complejos.

Si se ha dibujado el esquema del dispositivo, no resulta difícil escribir la fórmula que expresa la conexión entre los elementos lógicos utilizados.

Veamos, mediante unos ejemplos, cómo se lleva esto a cabo.

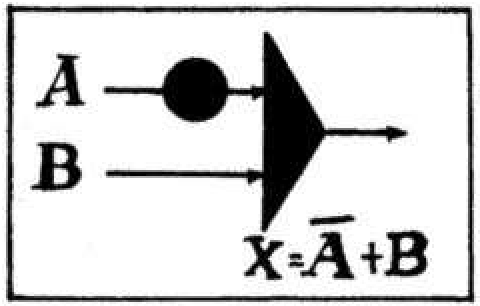
Sea el esquema funcional de la figura. En adelante convendremos en llamar funcionales a los esquemas dibujados con ayuda de “cuadrados”, “triángulos" y "círculos".



Del esquema se deduce que con las señales que llegan a las entradas A y B se realiza la operación del producto lógico (en el elemento "Y") para a continuación con el producto AB proceder a la negación.

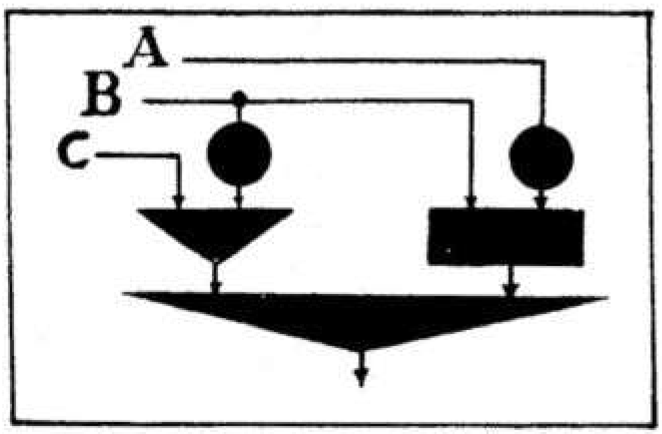
La fórmula de todo el dispositivo es: X = AB .

Otro ejemplo:



Antes de participar en la suma, la señal que llega a la entrada A participa en la operación de negación y solamente después de esto, una vez ya convertida en señal A, interviene en la operación del producto lógico.

Un ejemplo más complejo:



La anotación de las fórmulas (que a partir de ahora denominaremos fórmulas estructurales) es conveniente iniciarla a partir de la salida de todo el esquema.

En el caso dado, es evidente que la última operación será una suma lógica. (el último es el elemento, "O").

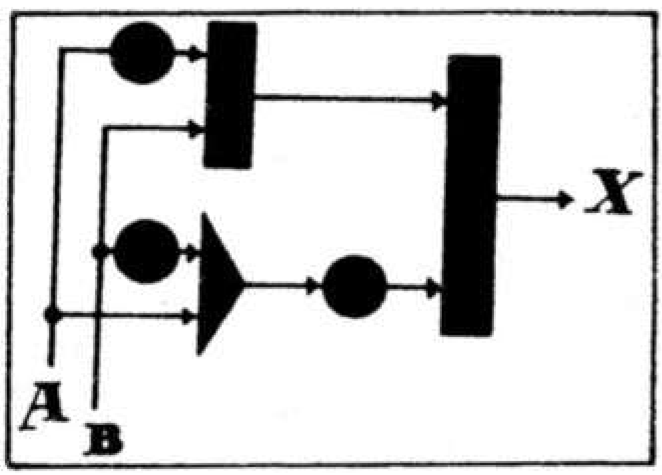
¿Sobre qué se realiza la operación de suma?

Uno de los sumandos es el resultado de una multiplicación (mira la parte derecha del esquema *[A* por B], la multiplicación la realiza el elemento "Y"). El segundo elemento es la suma de *B* y C (la suma se realiza en el elemento inferior izquierdo "0").

La fórmula estructural del dispositivo presenta la forma:

$$X = \bar{A}B + \bar{B} \cdot C$$

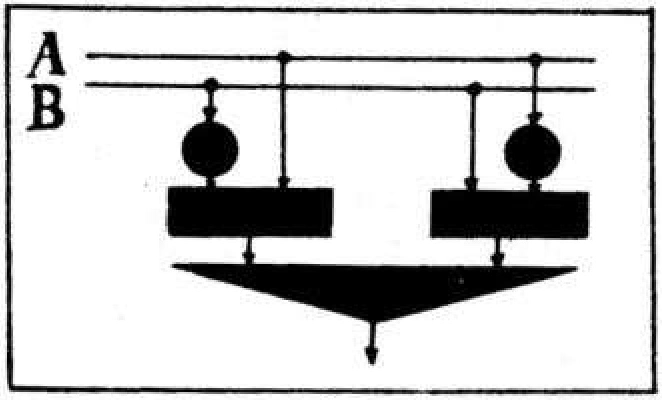
Otro ejemplo:

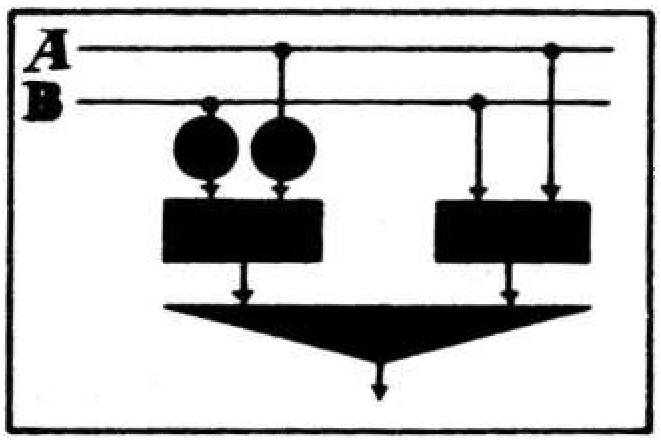


¿Estás de acuerdo con la fórmula siguiente para el dispositivo cuyo esquema se da en la fig. anterior?

$$X = \bar{A}B\left(\overline{A + \bar{B}}\right)$$

Para los esquemas que se dan en las figs. siguientes prueba a escribir tú solo las fórmulas estructurales.





No es menos importante el saber dibujar, de acuerdo con una fórmula estructural dada, el esquema funcional del dispositivo.

Sea la fórmula estructural que aparece a continuación:

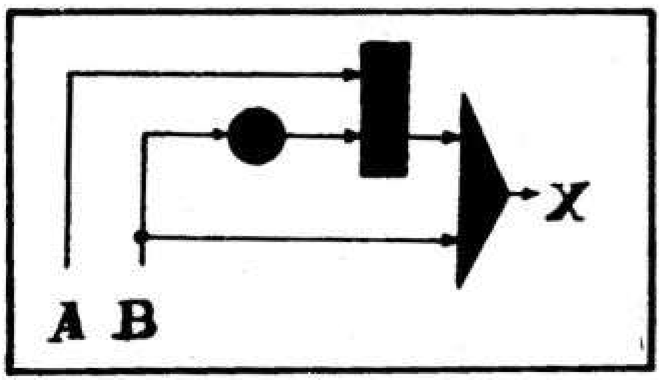
$$X = A\bar{B} + B$$

Hay que dibujar el esquema funcional. Comenzaremos por establecer el orden en que se han de realizar las operaciones con las señales que llegan a las entradas A y B.

En el caso dado, la última operación (no la primera, sino la última) es una suma. Por consiguiente, la salida del dispositivo deberá coincidir con la salida del elemento “O” en las dos entradas.

Los sumandos serán, según se deduce de la fórmula estructural, B y AB.

El esquema buscado es:



Prueba ahora tus fuerzas. Dibuja los esquemas funcionales correspondientes a las fórmulas estructurales siguientes:

$$x = AB + \bar{A} \qquad x = \overline{AB + \bar{B}}$$

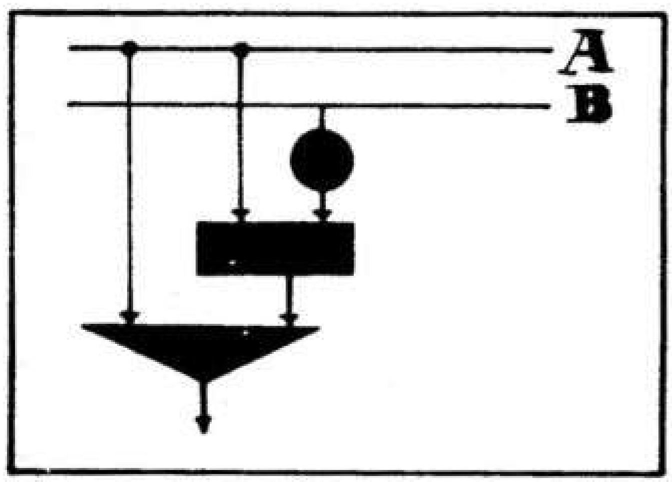
$$x = \overline{A\bar{B}C} + \bar{A}B \qquad x = \overline{\bar{A}B}$$

$$x = \overline{\bar{A} + \bar{B}C} \qquad x = A\bar{B} + \overline{\bar{A}B}$$

Puede suceder que caiga en tus manos el esquema de un dispositivo realizado anteriormente. En este caso, conviene comprobar si se puede simplificar el dispositivo obtenido.

Para ello se procede como sigue. Se comienza por componer la fórmula estructural del dispositivo que se analiza, luego se simplifica (se miniaturiza) y, a continuación, se compone el esquema funcional.

Como ejercicio, prueba a simplificar el dispositivo siguiente:



¿Qué te ha resultado? Nuestra deducción es sorprendente: todo el dispositivo se puede sustituir por un conductor para la señal A.

Dibuja varios esquemas de diversos dispositivos y prueba a simplificarlos.

§. La lógica y los robots

Pasemos ahora a considerar el problema de la construcción de robots. ¿Pero qué es un robot? ¿A qué se aplica el nombre de robot?

Conviene precisar qué es lo que en cibernética se denomina robot. Se ha convenido en llamar robot al dispositivo que recibe señales, las elabora y emite otras señales.

EL ROBOT ES UN DISPOSITIVO QUE TRANSFORMA LA INFORMACIÓN QUE RECIBE

Si una máquina cibernética sabe sumar números se la puede llamar robot, ya que recibe información (dos sumandos o dos números) y emite información (su suma, otro número).

Debe llamarse también robot al dispositivo que obtiene a la entrada cifras, “escritas" en el sistema decimal, e imprime a la salida los números equivalentes a estas cifras, pero escritos ya en el sistema binario.

¿Se puede llamar robot a la picadora eléctrica de carne? ¿Y a la batería de una linterna? ¿Por qué?

¿Cómo se construyen los robots ?

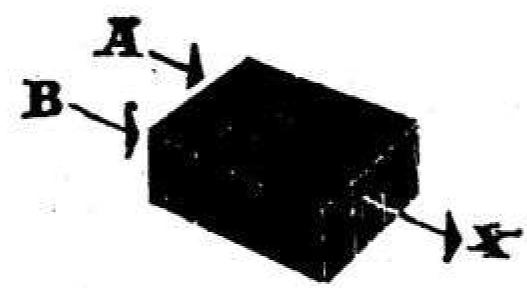
Vamos a construir un robot para resolver el problema siguiente. En una casa de dos pisos, la escalera se ilumina con una bombilla X. A la entrada, hay un interruptor A y en el segundo piso, al lado de la puerta, hay otro interruptor B.

Los inquilinos desearían contar con un dispositivo que funcionase de acuerdo con las condiciones siguientes:

1. Si al entrar se conecta el interruptor A, la bombilla debe encenderse.
2. Al subir al segundo piso y pulsar el interruptor B, la bombilla A debe apagarse.
3. Si después de esto (recuerda que ambos interruptores han sido conectados), llega de la calle otra persona y de nuevo “conecta" A, la bombilla debe iluminarse de nuevo.
4. Al subir al segundo piso y conectar el interruptor B, la luz debe apagarse.

Iniciaremos la construcción del robot con la creación de una "caja negra". Esta "caja negra" es, precisamente, nuestro futuro robot, pero, por el momento, haremos abstracción de lo que lleva en su interior. La "caja negra" nos ayudará a precisar, a imaginarnos, mediante qué canales (entradas y salidas) el futuro robot va a estar unido al medio circundante.

Nuestro robot debe tener dos entradas. Por una de las entradas inciden las señales que emite el interruptor A (situado en el piso bajo), mientras que por la otra llegan las señales del interruptor B. El robot tendrá una sola salida X. Si en la salida X hay señal, ello significa que la bombilla estará encendida. Si en la salida X no hay señal, la bombilla estará apagada.



Lo que se exige del funcionamiento del dispositivo automático conviene reflejarlo en un cuadro, ya que así quedará expresado con mayor precisión.

Si ambos interruptores están desconectados (A = B = 0) la luz está apagada (X = 0).

Fijemos esto en la cuarta línea del cuadro.

Si se conecta ahora el interruptor inferior (A), la bombilla se enciende (X = 1). Mira la segunda línea del cuadro.

Al subir al segundo piso, conectamos el interruptor B. También en este caso, B = 1 y la luz se apaga. Mira en el cuadro la primera línea.

A	B	X
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Si ahora alguien conecta A (en realidad, lo que tiene lugar es la desconexión de A, ya que antes estaba conectado), la luz vuelve a encenderse. Mira la tercera línea del cuadro.

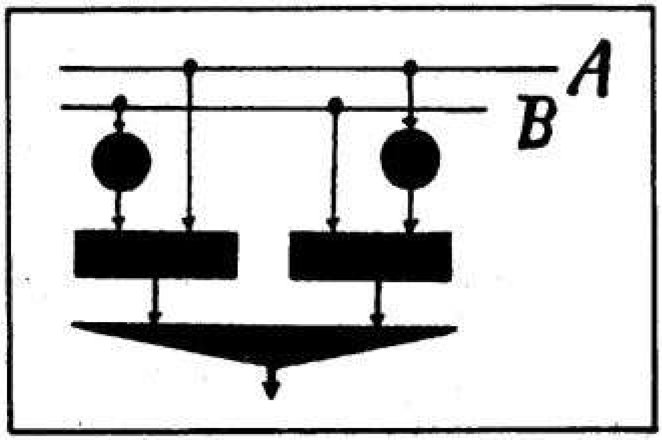
Si consideramos en su conjunto el cuadro obtenido, se puede observar que la bombilla luce en dos casos:

1. Cuando está conectado el interruptor A (A = 1) y desconectado el B (B = 0).
2. Cuando está desconectado el A (A = 0) y conectado el B (B = 1).

Estas condiciones de funcionamiento del dispositivo automático se pueden expresar mediante la fórmula:

$$X = A\bar{B} + \bar{A}B$$

La bombilla debe lucir si está conectado uno, solamente uno, de los interruptores. He aquí ahora el aspecto que toma el esquema del dispositivo automático:



Prueba a determinar cuántos relés electromagnéticos se necesitan para construir este dispositivo automático.

Vemos que en el dispositivo existen dos elementos "NO". Para construirlos se precisan dos relés cuyos contactos estén normalmente cerrados. (Recuerda el esquema del elemento "NO".)

En el dispositivo hay también dos elementos “Y”, cada uno con dos entradas. Para fabricarlos se necesitan cuatro relés, cuyos contactos estén normalmente abiertos. (Mira una vez más el esquema eléctrico del elemento "Y”.)

En el esquema se tiene, además, un elemento "O" con dos entradas. Para prepararlo hacen falta solamente dos relés, cuyos contactos estén normalmente abiertos.

En total, siete relés electromagnéticos. Recomendamos al lector que construya este dispositivo automático.

Tomando como ejemplo la construcción de este robot, se puede establecer el orden de los trabajos a realizar para la construcción de cualquier dispositivo automático.

Demos a continuación este orden:

1. Entérate de la tarea a realizar y anota todas las condiciones de trabajo del robot. (La anotación así obtenida dejará" planteado", de palabra, el robot.)
2. Dibuja la "caja negra" (Con ello quedarán fijadas el número de entradas y de salidas del dispositivo automático.
3. Anota en un cuadro las condiciones de trabajo (el cuadro de trabajos a realizar por el robot). Haciendo uso del cuadro; obtén la fórmula estructural del dispositivo automático y trata de miniaturizarla.
4. Dibuja el esquema funcional del robot.
5. A partir del esquema funcional traza el esquema eléctrico de dispositivo automático. (Con ello finaliza la creación del robot.)

Volvamos al problema de la realización de nuestro robot y presta atención a cómo se efectuaron todas las etapas del mismo.

Estas instrucciones detalladas se denominan ALGORITMOS. El algoritmo son las normas que se han de seguir para resolver felizmente cualquier problema.

En el algoritmo está el secreto del éxito.

Puede decirse que todas tus actividades se rigen por algoritmos. Así, por ejemplo, el algoritmo para atravesar una calle, el algoritmo para calcular porcentajes, el algoritmo para resolver ecuaciones de primer grado y el algoritmo para dar mate cuando se juega una final de rey torre contra el rey enemigo.

Las instrucciones que se acaban de formular más arriba se pueden denominar ALGORITMO DE LA SÍNTESIS (DE LA CONSTRUCCIÓN) DE ROBOTS.

Para fijar el conocimiento en la utilización de este algoritmo, analizaremos un ejemplo más sobre construcción de robots.

Se trata de diseñar un dispositivo automático destinado a sumar dos números binarios de primer grado. Recordemos cómo procede un individuo a resolver este problema, qué algoritmo utiliza para ello. Es un problema fácil.

Sea A el primer sumando y B el segundo. Al sumar se pueden dar los casos siguientes (recuerda que tanto A como B son cifras binarias, de primer grado).

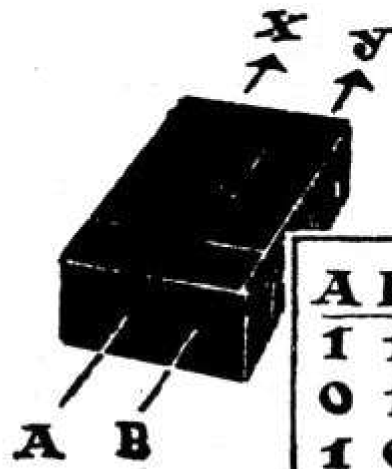
$$\begin{array}{ccccc} A & 1 & 1 & 0 & 0 \\ +B & +1 & +0 & +1 & +0 \\ \hline XY & 10 & 01 & 01 & 00 \end{array}$$

La descripción verbal del futuro robot puede ser así:

1. Cuando se suman dos cifras binarias de primer grado, el resultado es un número de segundo grado.
2. En la cifra que corresponde al segundo grado, el resultado de la suma igual a la unidad aparece una sola vez, a saber, cuando ambos sumandos son iguales a 1.
3. En las cifras que corresponden a cada uno de los grados, el resultado de la suma igual a cero aparece simultáneamente sólo cuando ambos sumandos son 0.
4. En los demás casos, en el grado superior el resultado de la suma es cero y en el inferior la suma es igual a la unidad.

De lo expuesto resulta evidente cuál ha de ser el aspecto que presente la "caja negra". Tendrá dos entradas y dos salidas.

Compongamos el cuadro:



A	B	X	Y
1	1	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
0	0	0	0

Este cuadro se diferencia del visto anteriormente en que en lugar de una tiene dos columnas para las señales de la salida (X e Y). En esencia, se trata de dos cuadros que responden a dos robots. Uno para la salida X y otro para la salida Y. Ambos dispositivos automáticos tienen comunes las entradas A y B.

Tenemos así dos robots situados en una sola "caja negra".

Del cuadro se deduce que:

$$x = 1$$

en un solo caso, a saber, cuando simultáneamente:

$$A = 1 \text{ y } B = 1$$

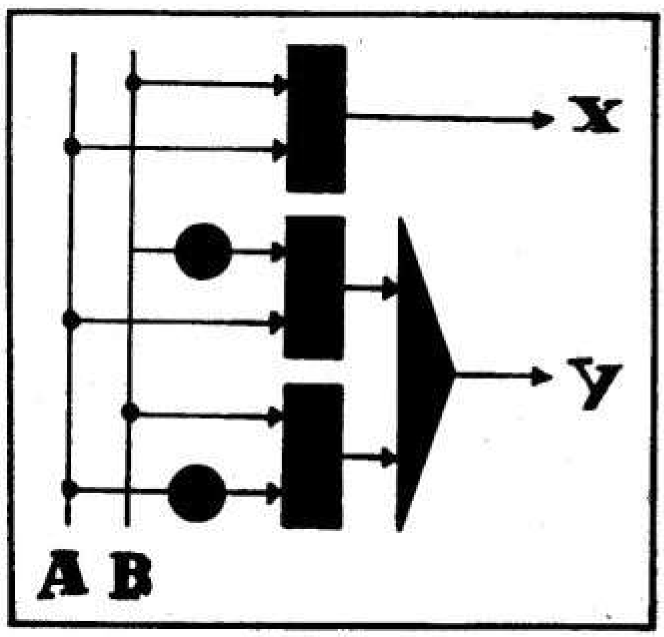
Es evidente que la fórmula del robot cuya salida es X se presenta así:

$$x = AB$$

El robot cuya salida es Y tiene por fórmula:

$$y = A\bar{B} + \bar{A}B$$

El esquema funcional aparece así[4]:



El dispositivo automático para sumar dos cifras binarias de primer grado se llama semisumador.

Sería conveniente que antes de seguir adelante probases a realizar por tu cuenta un semisumador; calcula previamente cuántos relés se necesitan para ello.

[4] En el apartado "Respuestas y soluciones" se da otro esquema más para esta fórmula.

Resolveremos un ejemplo más para fijar ideas:

En una fábrica hay tres talleres y una pequeña central eléctrica que suministra energía a las tres naves. La central eléctrica cuenta con dos generadores. El generador X y el Y, este último de doble potencia que el primero.

El técnico que cuida del servicio distribuye la carga de los generadores.

Si uno cualquiera de los talleres necesita energía, para su suministro basta con conectar el generador X. Si los que precisan energía son dos talleres cualesquiera, se hace necesario conectar el generador Y (por sí solo éste es suficiente para suministrar energía a dos talleres).

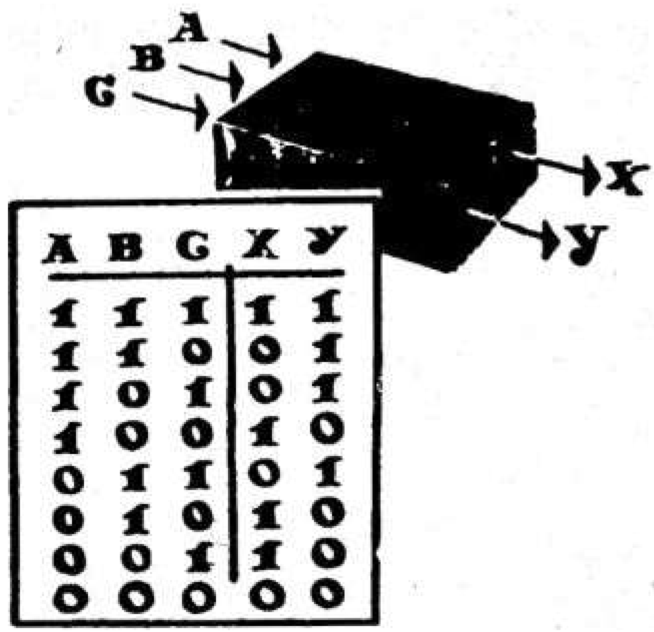
Cuando los tres talleres funcionan a la vez hay que conectar ambos generadores.

Como puede verse, el técnico no puede distraerse y ha de conocer bien las instrucciones por las que se distribuye la carga entre los generadores.

Nuestra tarea consiste en construir un dispositivo automático que, al recibir las señales de los talleres (la petición de que se suministre energía), distribuya correctamente la carga entre ambos generadores. O, dicho de otro modo, hay que construir un robot que sepa dirigir, una máquina que sepa "discernir" entre la información que recibe y adoptar decisiones correctas.

¿Cómo será la "caja negra"? Es evidente que ha de tener tres entradas para las señales provenientes de cada uno de los talleres y dos salidas para transmitir señales a cada uno de los generadores.

Veamos ahora cuál es el cuadro que plantea las condiciones del robot.



A	B	G	X	y
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

En él hay también dos columnas de salidas. Nos hallamos, pues, de nuevo ante dos dispositivos automáticos en una "caja negra".

¿En qué casos da el dispositivo automático la señal. para conectar el generador X, es decir, la señal X = 1? Del cuadro se deduce que esto tiene lugar en cuatro casos (mira en el cuadro las filas en que X = 1).

La fórmula del dispositivo automático cuya salida es X aparece así:

$$X = ABG + A\bar{B}\bar{G} + \bar{A}B\bar{G} + \bar{A}\bar{B}C$$

Para el segundo dispositivo la fórmula es:

$$Y = ABC + AB\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C$$

Probemos ahora a simplificar la fórmula del automático cuya salida es Y.

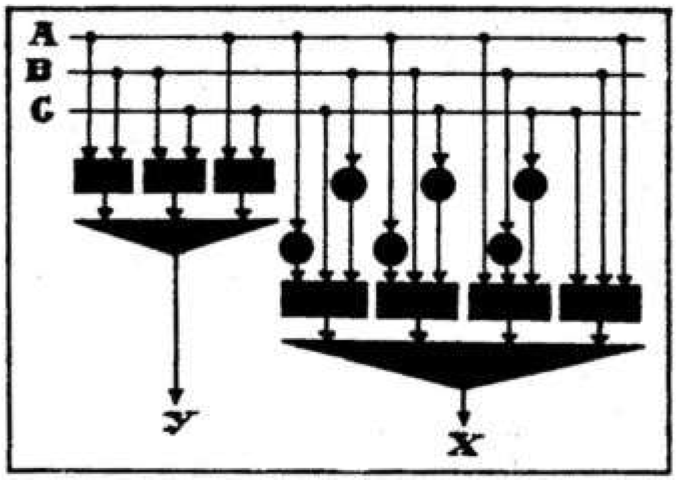
A la fórmula dada añadiremos dos sumandos iguales ABC (recordarás que en el cálculo proposicional se pueden agregar sumandos iguales sin que varíe el resultado, ya que A + A = A). La fórmula queda entonces así:

$$Y = ABC + AB\bar{C} + ABC + A\bar{B}C + ABC + \bar{A}BC$$

Realicemos ahora la aglutinación dos a dos de los sumandos. Tenemos:

$$Y = AB(C + \bar{C}) + AC(B + \bar{B}) + BC(A + \bar{A}) = AB + AC + BC$$

Al llegar aquí se puede ya pasar a formar el esquema funcional:



Es interesante señalar que este dispositivo automático vale también para realizar otro trabajo. Con él se pueden sumar tres cifras binarias de primer grado. Compruébalo dando a A, B y C el valor de los sumandos, bajo la forma de cifras binarias de primer grado (A puede ser igual a 1 o a 0, y lo mismo sucede con los demás sumandos).

Este dispositivo se denomina sumador y es uno de los eslabones técnicos más importantes de las auténticas máquinas computadoras.

Es absolutamente necesario que construyas un sumador, ya que se trata de una etapa imprescindible si deseas familiarizarte con la cibernética. No es difícil, pero sí apasionante.

§. Habla Paco acerca de ”El patito feo”.

“El patito feo" de Aliosha Kuzhnietsov es tan inteligente como su homónimo del cuento de Andersen.

El "patito" de Aliosha capta la presencia de obstáculos y los rodea, reacciona ante la luz y sabe elaborar reflejos condicionados.

El modelo original de este robot de Aliosha figura en la exposición abierta en los Estados Unidos de los mejores trabajos de los jóvenes técnicos soviéticos, como uno de los más interesantes y mejor realizados.

Una copia de "el patito feo" se exhibe en el Certamen Nacional de Trabajos Científicos Juveniles, y no es éste el primer modelo del escolar de Sinferópol.

Me vino a la memoria mi reciente visita al laboratorio de los jóvenes cibernéticos de la Miniacademia, sito en Sinferópol. Recordaba dos modelos, dos robots que actúan de contrario de las personas en dos juegos distintos. Me vencieron los dos. Me sentía avergonzado, pero Sasha Viésielov y Aliosha Liébiedev procuraron tranquilizarme haciéndome ver que no había sido el primero ni sería el último al que esto sucediera.

El robot de Aliosha se llama “Vence el par”. En un panel hay 13 bombillas y cada uno de los jugadores, sea éste una persona o el robot, no puede encender más de cuatro en cada jugada. Vence aquél que al final tenga en su haber un número par de bombillas encendidas.

El juego ideado por Sasha cuenta con 21 bombillas y hace falta también encenderlas por turno. Se considera vencedor al jugador que deja la última bombilla para encender.

-¿Hay que saber muchas cosas para aprender a construir estos dispositivos automáticos? —pregunté.

-En todo caso, “El ABC de la Cibernética" es imprescindible; en él hay todo lo necesario -así me contestaron Sasha y Aliosha.

Se les puede creer, son miembros de número de "El Investigador".

Capítulo 5
Problemas al alcance de los habilidosos

Contenido:

En este último capítulo te van a ser propuestas unas tareas concretas, encaminadas a la fabricación de diversos dispositivos automáticos. Si has asimilado bien todo lo anterior, estos ejercicios estarán a tu alcance.

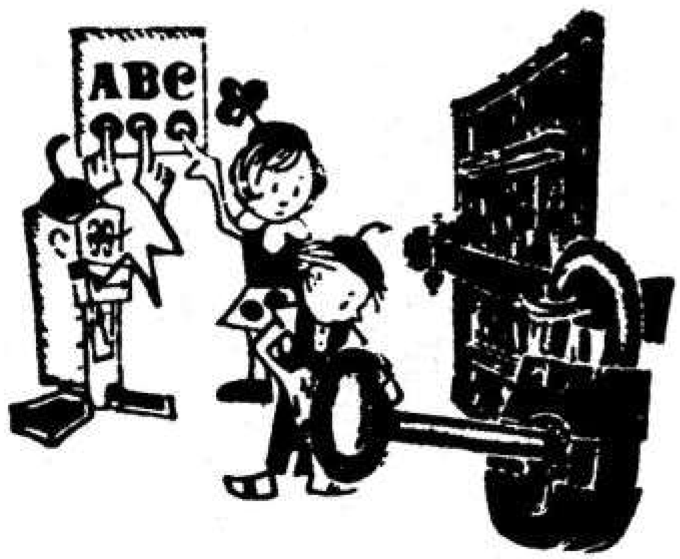
La mayoría de los dispositivos automáticos que se proponen para que los construyas han sido ya realizados por los muchachos de la Miniacademia de Ciencias "El Investigador", de Crimea.

Pon tú también a prueba tus fuerzas. Si careces de las piezas necesarias puedes considerar el problema resuelto en cuanto hayas trazado el esquema eléctrico del dispositivo automático.

Problema 1. Construye un automático para conectar y desconectar la bombilla de la habitación. Existe un interruptor A a la entrada y otros dos (B y C) a las cabeceras de las camas. Al entrar a la habitación a oscuras, mediante el interruptor A, se enciende la bombilla. Una vez en la cama, con uno cualquiera de los interruptores B o C, se puede apagar la luz Posteriormente, basta con "conectar" cualquiera de los interruptores A, B o C para que la bombilla se encienda.

Observación. Este problema recuerda al de la bombilla que iluminaba la escalera. Al igual que en aquél, el automático tiene una entrada, pero sus salidas no son dos, sino tres.

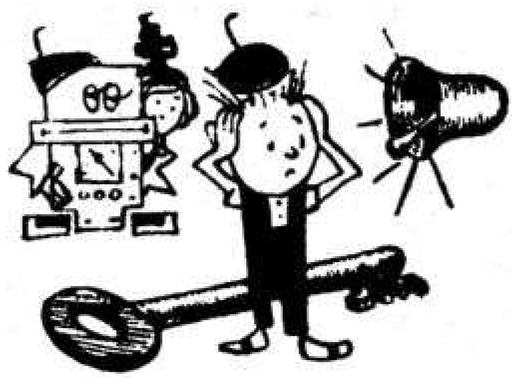
Problema 2. En un montacargas entran dos vagonetas, que se deslizan por un mismo carril, pero que suelen llegar desde sentidos opuestos. Construye un automático que emita la misma señal cuando el montacargas está lleno y cuando ha quedado completamente vacío.



Problema 3. Unos muchachos construyeron una cerradura con clave para la puerta de su laboratorio. A fin de que la cerradura me pudiera abrir había que pulsar los tres botones A, B y C. La cerradura solamente se abría cuando se pulsaban al mismo tiempo los tres botones, cuando se pulsaba uno o bien al oprimir los dos botones A y B.

Observación. No te olvides de simplificar la fórmula del dispositivo.

Problema 4. Se desea proveer a esta misma cerradura de una señal de alarma. La señal debe actuar cuando a la entrada de la cerradura se hace llegar una combinación de señales distintas a las acordadas. La señal de alarma deberá descubrir al que intente seleccionar unas combinaciones correctas para abrir la cerradura. Compón el esquema del dispositivo que incluya la señal de alarma.



Problema 5. En una competición de halterofilia la puntuación de los resultados corre a cargo de tres jueces. Si, en opinión de éstos, el “peso" ha sido correctamente superado, lo hace saber pulsando un botón. El juez principal dispone del botón A, los otros dos jueces disponen de los botones B y C.

La decisión valedera "PESO SUPERADO" (se ilumina esta anotación) sólo tiene lugar en los casos siguientes: cuando los tres jueces han pulsado sus botones o cuando uno de los dos jueces que han pulsado el botón es el principal.

Construye un dispositivo automático que reciba las señales de los jueces y conecte et luminoso "PESO SUPERADO”, de acuerdo con las condiciones expuestas.

Problema 6. Para estas mismas competiciones se ha construido un automático que emite la señal “PESO SUPERADO" en el caso de una decisión unánime de los jueces, o bien cuando haya simple mayoría. Construye este automático y contesta a la pregunta: ¿Puede uno de los jueces saber si la decisión ha sido unánime cuando se enciende el luminoso “PESO SUPERADO”? ¿Qué necesita hacer para ello?

Problema 7. Una persona ha ideado un dispositivo automático para realizar el truco siguiente. En una habitación oscura se han colocado tres sillas alrededor de una mesa. En la mesa, y al lado del puesto correspondiente a cada silla, hay un botón para emitir señales. En el truco intervienen las personas A, B y C.

Al entrar en la habitación, A y siempre oprimen el botón mientras que B no lo hace. El automático debe emitir una señal si B está sentado entre A y C. Construye el esquema funcional del automático. ¿Cuántos relés de un contacto hacen falta para construir este automático?

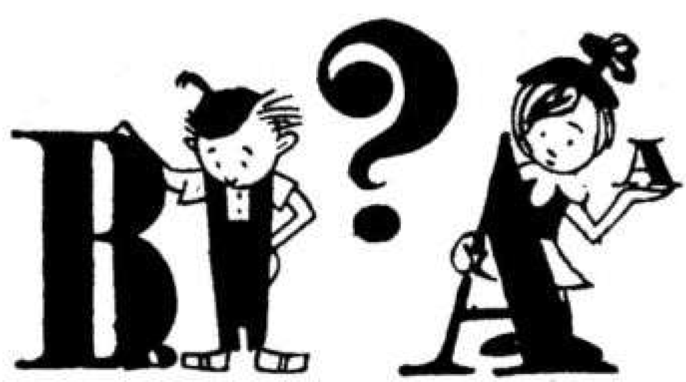
Problema 8. Se modifican las condiciones del truco anterior. El automático deberá emitir señal si A y C están sentados uno al lado del otro.

Construye el dispositivo. ¿Cuántos relés de un contacto hacen falta para realizarlo?

Problema 9. A la entrada A aparecen uno tras otro números binarios que se comparan con los números binarios que aparecen a la entrada de B.

La aparición de las cifras se inicia con las idénticas de los grados más altos y transcurre de modo que se contemplan simultáneamente las cifras de los mismos grados de cada número.

Construye un automático capaz de determinar cuál es el mayor de los números observados. El dispositivo debe señalar el número mayor. ¿Y el más pequeño?



Problema 10. Compón el esquema eléctrico de un sumador para la adición de tres cifras binarias de primer grado, sin utilizar más de

tres relés, pero sin límite en la selección de los contactos que ha de tener cada uno de ellos.

Problema 11. Construye un dispositivo automático para multiplicar dos cifras binarias de segundo grado.

Observación. El automático tiene cuatro entradas y cuatro salidas. Dos entradas para la primera cifra AB, dos entradas para la segunda cifra CD y cuatro salidas para el producto.

Problema 12. Construye un descifrador automático capaz de emitir señales de las cifras binarias de tercer grado que llegan a su entrada para imprimir las correspondientes cifras decimales.

Problema 13. Construye un descifrador automático que al recibir a la entrada cifras decimales emita a la salida cifras binarias.

Esperamos que los ejercicios de este capítulo no sólo ayuden a fijar lo visto anteriormente, sino que, además, sugieran temas para la creación de nuevos modelos.

Al igual que en los casos anteriores, prueba a resolver, sin ayuda alguna, todos estos ejercicios y problemas, y sólo después confronta tus soluciones con las respuestas que se dan al final del libro.

Recuerda que un mismo problema puede tener varias soluciones. Recomendamos hallar todas estas soluciones y compararlas entre sí.

Prueba a plantearte tú mismo los problemas; los hay a cada paso.

Plantea estos problemas a tus amigos y proponles que te pongan otros. Esto ayuda mucho.

Queremos fijar tu atención en que no has hecho más que iniciarte en los principios de la teoría de los dispositivos automáticos, en que has estudiado los llamados automáticos de un tiempo, es decir, los que elaboran señales como respuesta, como reacción a una determinada combinación de señales en sus entradas.

En el libro no se consideran la numerosa familia de robots, conocida bajo el nombre de robots con "memoria". Este tipo de dispositivos se puede también realizar utilizando los tres elementos lógicos: “Y”, "O" y "NO".

Los dispositivos automáticos con "memoria" son los de mayor importancia en Cibernética.

En otro libro se hablará de cómo se construyen.

§. Habla Pacorro

He recibido una carta extraordinaria, una invitación para participar en una olimpiada sobre cibernética. "¿Sobre cibernética? -exclamé asombrado- ¿Acaso existen este tipo de olimpiadas y, además, para escolares? ¿Qué problemas se pueden ahí plantear?” Pero en el programa figuran. He aquí algunos. ¿No queréis probar a resolverlos?

Problema 1. Escribe la fórmula de esta proposición y simplifícala. "Si Kolia viene a verme haré sin falta el nuevo prototipo, de lo contrario, puede que lo haga y puede que no."

Problema 2. A la orilla del mar pasan sus vacaciones: el padre — O, la madre - M, el hijo - H y las dos hijas - D y E. Al bañarse en el mar la familia observa las siguientes precauciones:

1. Si se baña el padre, con él entran, necesariamente, la madre y el hijo.

2. Si el que entra a bañarse es el hijo, con él va, necesariamente, la hija D.
3. La segunda hija, E, se baña única y exclusivamente cuando lo hace la madre.
4. Todas las mañanas, por lo menos, uno de los padres toma su baño de mar.

¿Si el domingo se bañó una de las hijas, que miembro de la familia estuvo este día en el mar?

Problema 3. Demuestra que en el sistema de numeración en el que la base, reducida en una unidad, es divisible por 3, la condición de divisibilidad por 3 se formula exactamente lo mismo que en el sistema decimal.

Estos y otros problemas similares son los que se proponen a los muchachos de la Miniacademia "El Investigador" en las olimpiadas sobre cibernética.

Tampoco se olvidan en las olimpiadas de comprobar los conocimientos que sobre electrotécnica tienen los asistentes,

“Es una experiencia interesante", pensé. Luego he podido comprobar que a los muchachos les encantan estas olimpiadas.

§. QUERIDO AMIGO

No nos habíamos propuesto hablarte de todas las posibilidades, logros y perspectivas de la Cibernética en su conjunto.

No hemos hecho más que darte a conocer su abecedario, sus fundamentos matemáticos más simples y los medios más sencillos que emplea. Ahora no vas ya a enfocar ciega, sino conscientemente, los esquemas de los diversos dispositivos automáticos, y si lo deseas, puedes diseñar sin ayuda alguna los que quieras.

Y del mismo modo que, después de haber aprendido las letras, comenzaste a leer libros, puedes ahora, después de haber asimilado perfectamente el abecedario de la cibernética, iniciar, sin prevención alguna, la lectura de libros más complicados que traten de lógica matemática y de cibernética. Puedes continuar, sin ayuda alguna, el estudio de esta ciencia joven, y realmente maravillosa, que mira al futuro.

Los conocimientos que adquieras puedes aplicarlos a la construcción de diversos dispositivos automáticos lógicos para la escuela, para el laboratorio de física o de química, para el taller, la granja, etc.

¡Ponte audazmente al trabajo!

LIBROS QUE RECOMENDAMOS PARA EL ESTUDIO LIBRE

- V. Pekelis y N. Kobrinski, “MÁS RÁPIDO QUE EL PENSAMIENTO".
- L Tieplov, “ENSAYOS SOBRE CIBERNÉTICA".
- E. Siedov, “REPORTAJE DESDE LA TIERRA DE NADIE".
- Polietáiev, "LA SEÑAL".
- E. Saparina, “NUESTRA CIBERNÉTICA INTERNA”.
- D. Kominski y otros, “LA CIBERNÉTICA SIMPLE”.
- Diepman, "PRIMER CONOCIMIENTO DE LA LÓGICA MATEMÁTICA".

- L. Kaluzhnin, "QUE ES LA LÓGICA MATEMÁTICA".
- J. Calberston, "LAS MATEMÁTICAS Y LA LÓGICA DE LOS DISPOSITIVOS CALCULADORES".

Capítulo 6
Respuestas y soluciones

¿Cómo cuentan los cibernéticos?

$$11_{10} = 1011_2;\quad 23_{10} = 10111_2;$$

$$17_{10} = 10001_2,\quad 47_{10} = 101111_2;$$

$$32_{10} = 100000_2;\ 52_{10} = 110100_2;$$

$$1001_2 = 9_{10};\quad 1101_2 = 13_{10};$$

$$1100_2 = 12_{10};\ 10011_2 = 19_{10};$$

$$1111_2 = 15_{10};$$

El secreto del luminoso es: 12 de abril de 1961, día del vuelo de Yu. A. Gagarin:

$$(1100,\ 100,\ 11110101001_2)$$

En el problema de las pesas se deben agregar las pesas de 8 y de 16 kilogramos.

Sorpresas agradables del sistema binario

$$\begin{array}{r} 101 \\ +\quad 11 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ +\ 101 \\ \hline 1011 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ +\ 1101 \\ \hline 10110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ +\ 101 \\ \hline 1110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ +\ 110 \\ \hline 10101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1001 \\ +\ 101 \\ +\quad 11 \\ \hline 10001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ +\ 111 \\ +\ 101 \\ \hline 10111 \end{array}$$

Multiplicar es un poco más difícil:

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times\quad 1 \\ \hline 111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ \times\ 11 \\ \hline 1111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ \times\ 10 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times\quad 10 \\ \hline 11000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1110 \\ \times\quad 11 \\ \hline 101010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011 \\ \times\quad 11 \\ \hline 100001 \end{array}$$

Ejercicios para desarrollar la atención.

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\ \ 111 \\ \hline 10000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ +\ \ 101 \\ \hline 10010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ \times\ \ 1 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times\ 11 \\ \hline 1001 \end{array}$$

La resta exige mayor atención.

101 es menor que 110   11001 es mayor que 10101

110 es menor que 1000   1001 es menor que 1100

En la serie 1100, 1001, 1011, 1101 y 1010:

El número mayor es $1101_2 = 13_{10}$.

El número menor es $1001_2 = 9_{10}$.

El complemento binario de los números.

$10_2 - 10_2$; $11_2 - 1_2$; $1001_2 - 111_2$;

$1101_2 - 11_2$; $100_2 - 100_2$;

Ejercicios.

$$\begin{array}{r} 10101 \\ -\ \ 110 \\ \hline 1111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11101 \\ -\ 1011 \\ \hline 10010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10001 \\ -\ 1100 \\ \hline 101 \end{array}$$

La sustracción ayuda a dividir.

$$1110 : 10 = 111$$

$$100011 : 111 = 101$$

$$11110 : 1010 = 11$$

Cálculo proposicional.

Llamamos proposiciones “nuestras" a las que son elementos componentes del cálculo proposicional.

A. "23 es múltiplo de 7" - A = 0.

D. "La Tierra gira alrededor de su eje de Oeste a Este": D = 1.

E. "Los elefantes viven en África y en la India": E = 1.

G. Alexandr Shólojov es el autor de la novela "El Don Apacible". G= 0.

Las oraciones se pueden multiplicar.

"Los patos no son aves migratorias; invernan en el Sur y pasan el verano en el Norte." Esta proposición es falsa.

Cómo se suman las proposiciones.

Las sumas lógicas son:

"Cuando suena el clarín, se despertará Pepe o Juan."

"Este problema lo pueden resolver Natalia o Carlos."

Fórmulas de las proposiciones compuestas.

$x = AB\bar{C}$	"Pepe va en autobús, lee un libro y no canturrea."
$x = C(A+B)$	"Pepe canturrea, leyendo o en marcha."
$x = A\bar{B} + C$	"Pepe, que no lee un libro, va en autobús o canturrea."
$x = \bar{A}\bar{B}C$	"Pepe no va en autobús y no un libro, sino que canturrea."
$x = A + BC$	"Pepe va en autobús o sin canturrear lee un libro."

La fórmula para la proposición: "No es cierto que Pepe vaya en autobús y canturree" es

$$x = \overline{AC}$$

Cuadros de la veracidad y falsedad.

La proposición $Y = \overline{AB} + \bar{A}$ es falsa para $A = 1$ y $B = 1$.

Negación de las proposiciones compuestas.

Simplificamos, y:

$$x = \overline{AB} + \bar{B} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$y = \overline{\bar{B}C + C} = (B + \bar{C})\bar{C} = \bar{C}$$

$$z = \overline{\bar{A}C} + B\bar{C} = A + \bar{C} + B\bar{C} = A + \bar{C}$$

De lo complejo a lo sencillo.

Simplifica:

$$\mathfrak{X} = \overline{AB} + \bar{A} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{A} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\mathfrak{X} = A + \overline{\bar{A}B} = A + A + \bar{B} = A + \bar{B}$$

$$\mathfrak{X} = \overline{\bar{A}\bar{B}} + \bar{A} = A + \bar{A} + B = 1 + B = 1$$

$$\mathfrak{X} = \overline{A + \overline{\bar{A}B}} = \overline{A + A + \bar{\bar{B}}} = \bar{A}B$$

$$\mathfrak{X} = \overline{AB} + \bar{A}BC = \bar{A} + \bar{B} + \bar{A}BC = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\mathfrak{X} = \bar{A} + \overline{AB + \bar{B}} = \bar{A} + (\bar{A} + \bar{B})B = \bar{A}$$

$$\mathfrak{X} = A\bar{B}C + A\overline{BC} + ABC + A\bar{B} = A$$

Problemas corrientes de un cálculo singular.

Solución al problema del asesinato:

Representaremos las proposiciones por letras:

B = "Yo no lo hice"; Brown no asesinó

J = "Jhon no lo hizo"; John no asesinó.

S = "Lo hizo Smith"; Smith es el asesino.

Y así sucesivamente.

Las fórmulas de las proposiciones de los sospechoso son:

$\bar{B}\,\bar{J}$ – es la proposición de Brown.

$\bar{B}\,S$ – es la de John.

$\bar{S}\,B$ – es la de Smith.

Dos de estas proposiciones son falsas en su totalidad. Una, porque las dos simples que la componen son falsas (se trata de la declaración del estafador); la segunda, porque en la declaración del ciudadano gris una de las proposiciones era falsa y la otra cierta.

Anotaremos estas proposiciones:

$$\bar{B}\bar{J}=0$$
$$\bar{B}S=0$$
$$\bar{S}B=1$$

Hemos supuesto que Smith es un anciano honrado, pero podríamos haber supuesto que Brown o John son el anciano honrado.

Transformemos las ecuaciones obtenidas, de modo que en el miembro derecho figure la unidad:

$$\overline{\bar{B}\bar{J}}=\bar{0} \qquad \qquad B+J=1$$
$$\text{o}$$
$$\overline{\bar{B}S}=\bar{0} \qquad \qquad B+\bar{S}=1$$
$$B\bar{S}=1$$

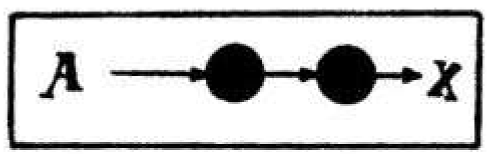
Mediante la multiplicación de las tres ecuaciones se obtiene (recurriendo a la absorción):

$$\boxed{B\bar{S}=1}$$

Ello significa que Brown es el asesino.

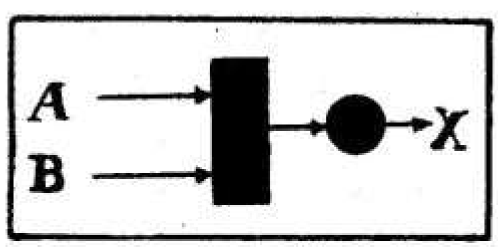
Acerca de sí mismo, Brown mintió, pero acerca de John dijo la verdad: Brown es el ciudadano gris de la ciudad. Smith es el anciano honrado.

Los elementos lógicos son las células cerebrales de los robots.

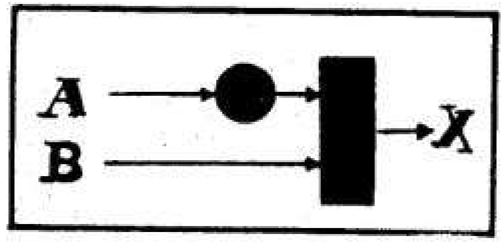


En el esquema se realiza la operación X = a, lo que es igual a A. De ahí que si a la entrada A hay señal, la haya también a la salida de este esquema.

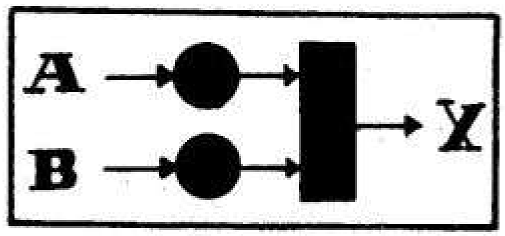
En el esquema.



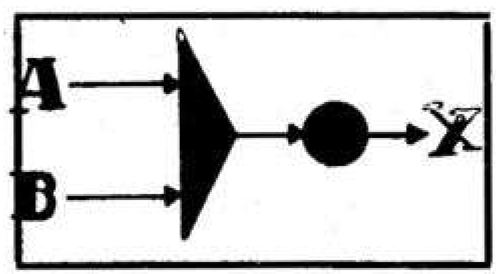
para A = 1 y B=0 habrá señal a la salida X. En el esquema



para A=0 y B = 1, X=l y para A = 1, X = 0. En el esquema

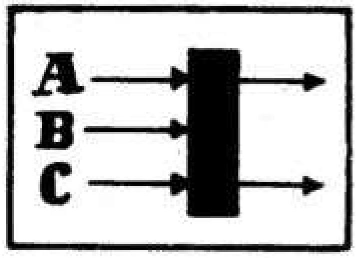


No hay respuesta, ya que no se puede hacer esta afirmación. En el esquema



para A = B = o, la señal X = 1.

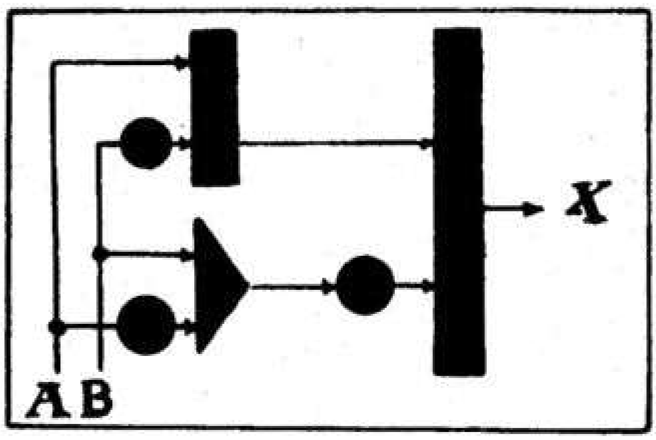
En el dispositivo cuyo esquema es



para A = B = 1 y C = 0, a la salida X, = l y en la salida X_2 = 0.

Para A = B = C= 1 en ambas salidas se tiene la unidad: $X_2 = X_2 = 1$.

La fórmula que se da para el dispositivo



es cierta, aun cuando se puede simplificar:

$$\boxed{X = \bar{A}B(\overline{A+\bar{B}}) = \bar{A}B}$$

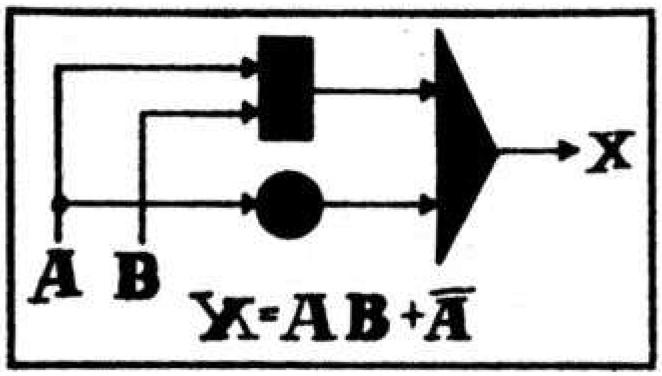
La fórmula del dispositivo cuyo esquema es el 2 es:

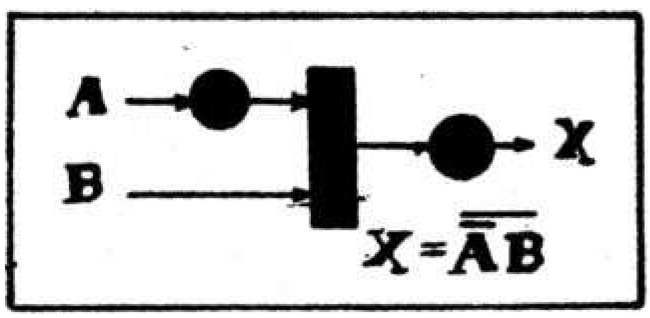
$$\boxed{X = \bar{A}\bar{B} + AB}$$

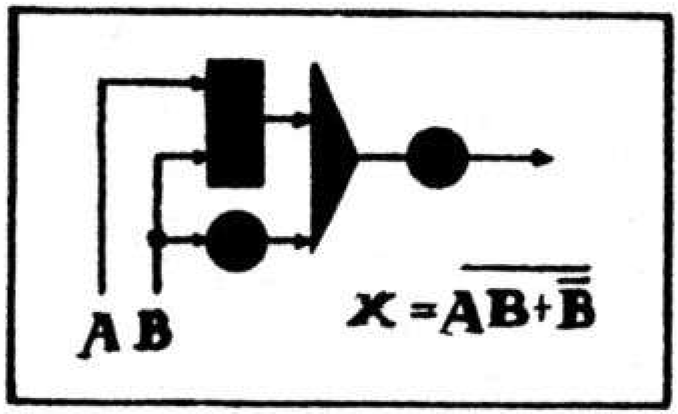
La fórmula del dispositivo cuyo esquema es el 1 es:

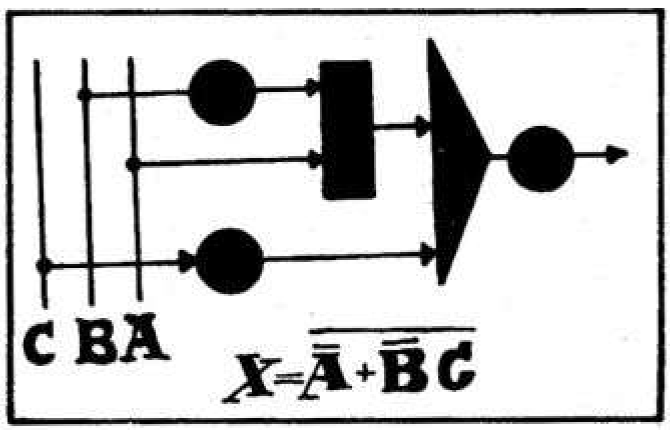
$$\boxed{X = A\bar{B} + \bar{A}B}$$

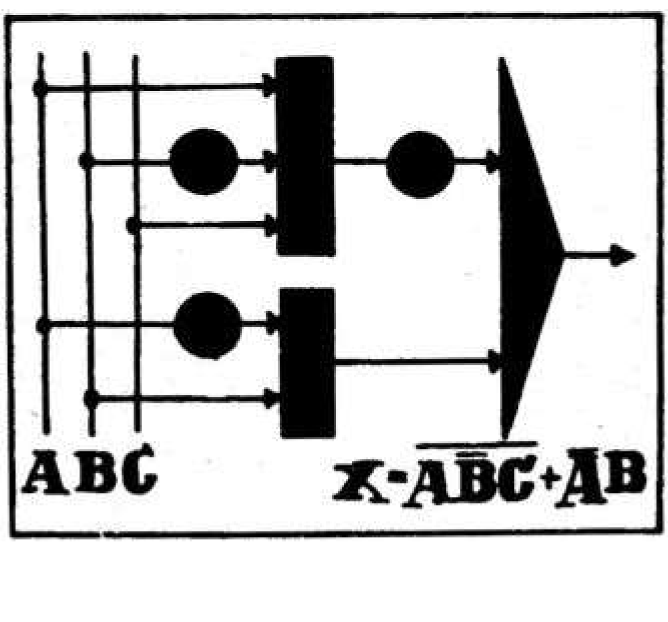
Los esquemas de los dispositivos que se piden son:

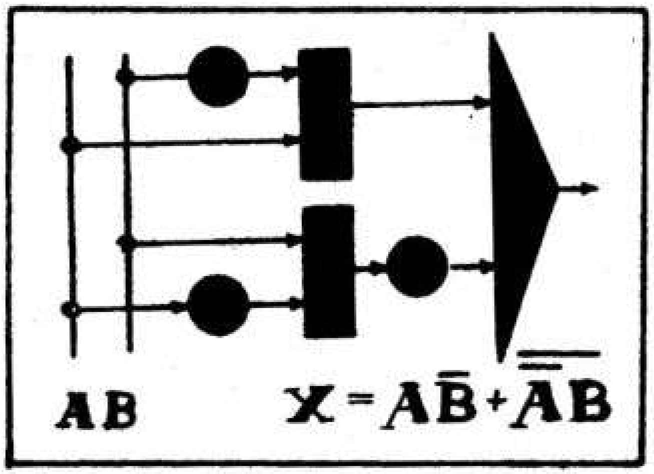





A B
X = AB+B

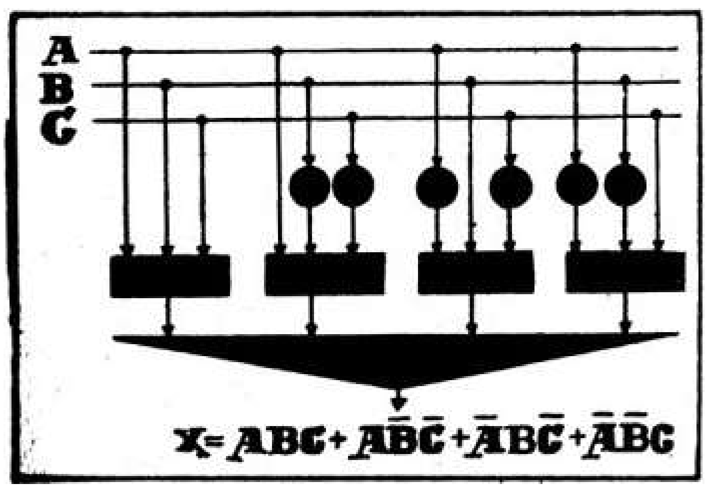

C BA
X=A+BC


ABC
X-ABC+AB

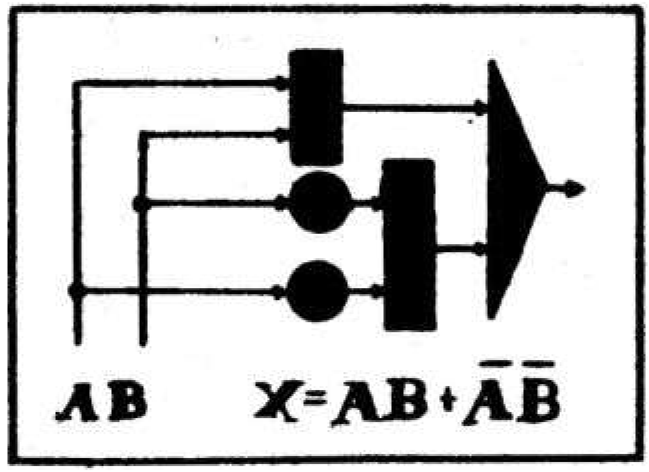


Problemas al alcance de los habilidosos

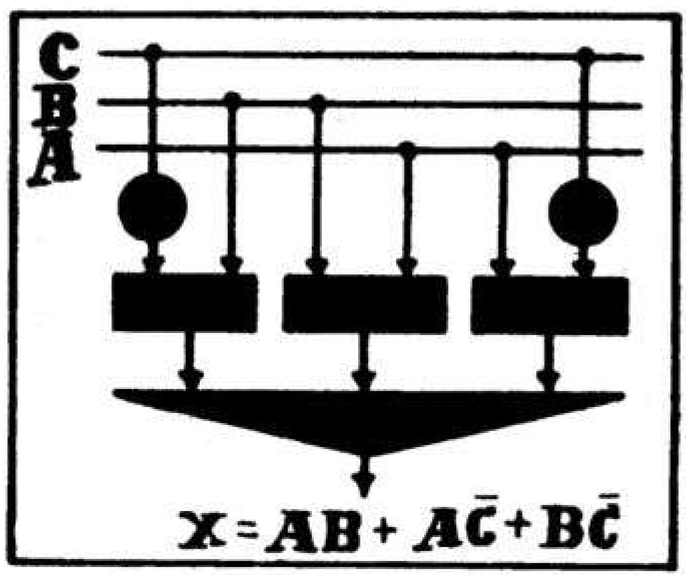
Problema 1. He aquí el aspecto del esquema del automático para iluminación:



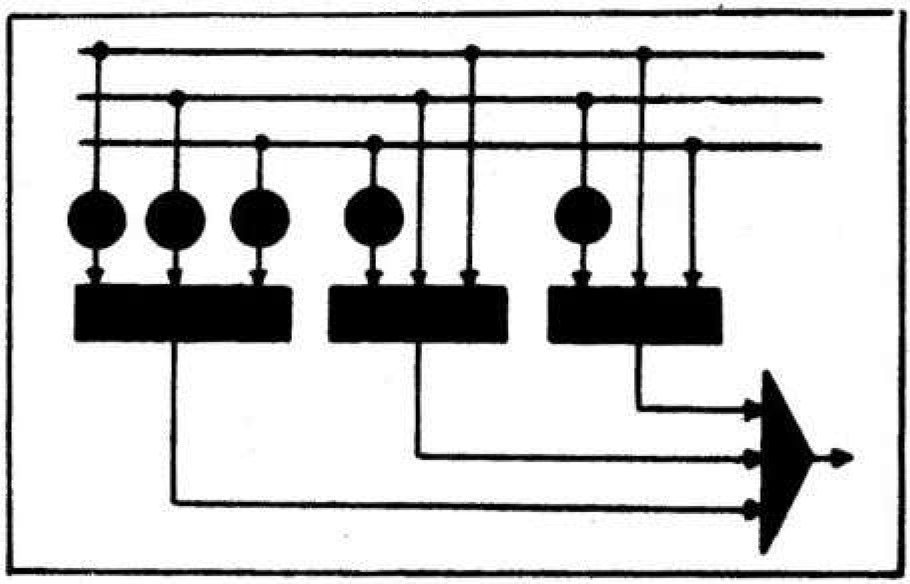
Problema 2. Se trata de un automático sencillo, cuyo esquema es:



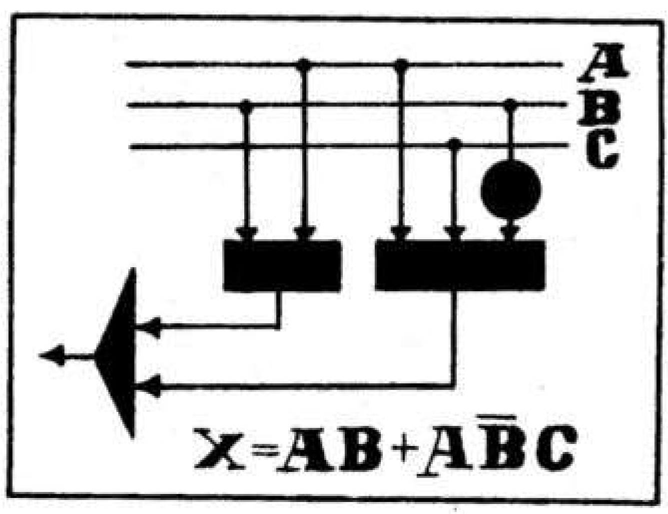
Problema 3. E esquema de la cerradura con clave es:



Problema 4. El esquema del dispositivo de alarma es:



Problema 5. He aquí cuán sencillo es el automático para el tablero de resultados en las competiciones de halterofilia:

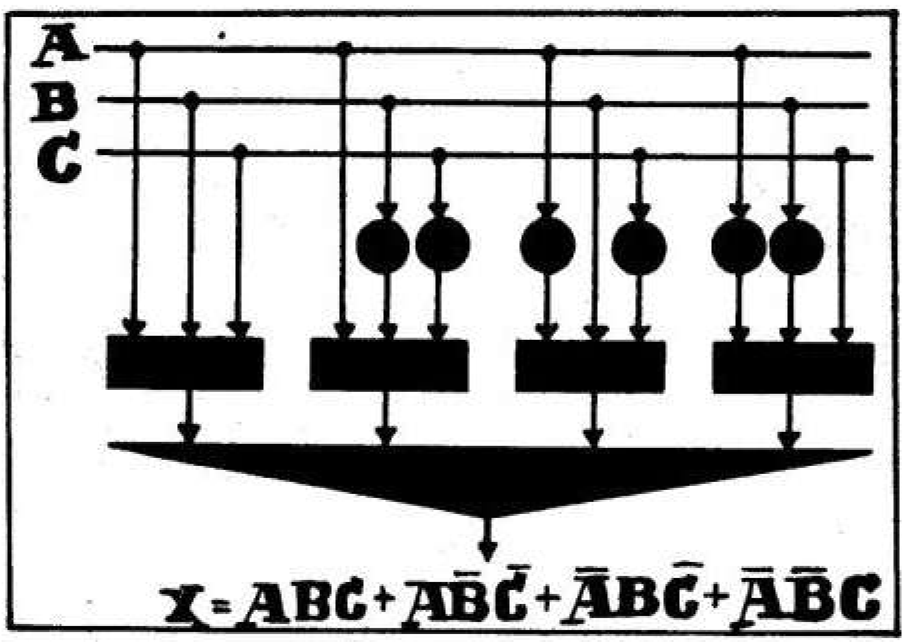


O bien, según la fórmula:

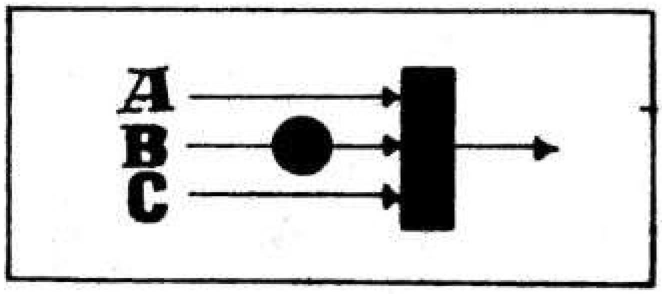
$$\boxed{X = A(B + C)}$$

Problema 6. El esquema del automático para las competiciones en este caso es:

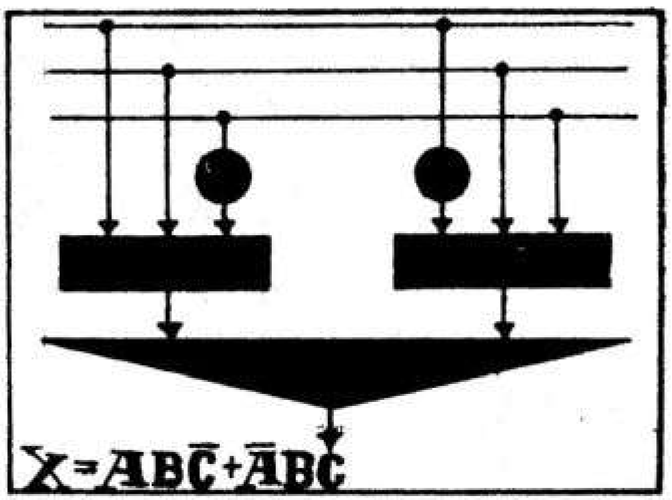
El juez que ha pulsado una señal puede saber si la decisión ha sido por unanimidad, para ello le basta con dejar de pulsar su botón mientras el luminoso está encendido. Si la decisión fue por unanimidad, el luminoso seguirá encendido. Si, por el contrario, la decisión no fue por unanimidad, el luminoso se apaga.



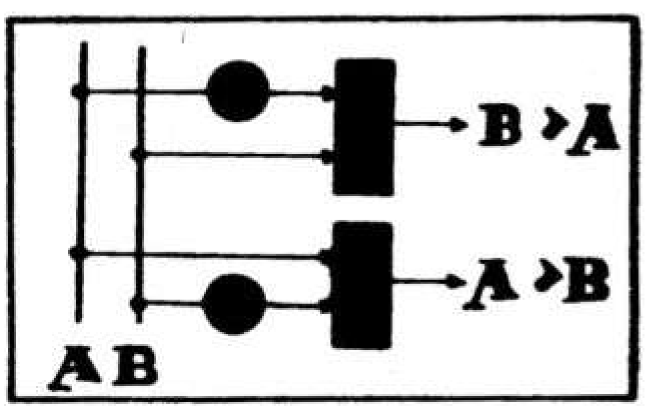
Problema 7.. El esquema buscado es:



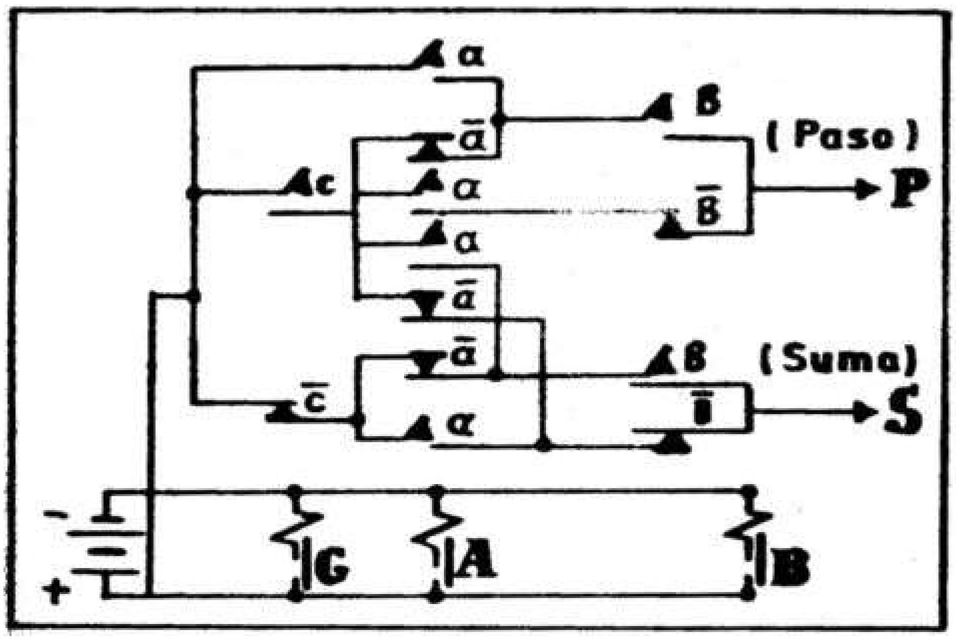
Problema 8. Este es el esquema para el automático del truco siguiente:



Problema 9. He aquí uno de los posibles esquemas este automático:

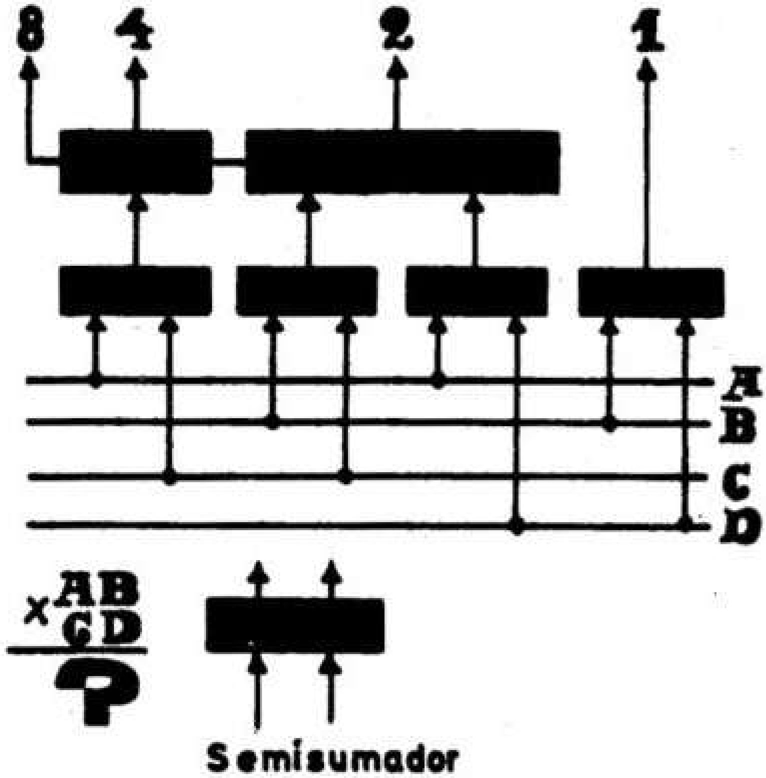


Problema 10. El esquema del sumador presenta la forma que se ve en la figura:

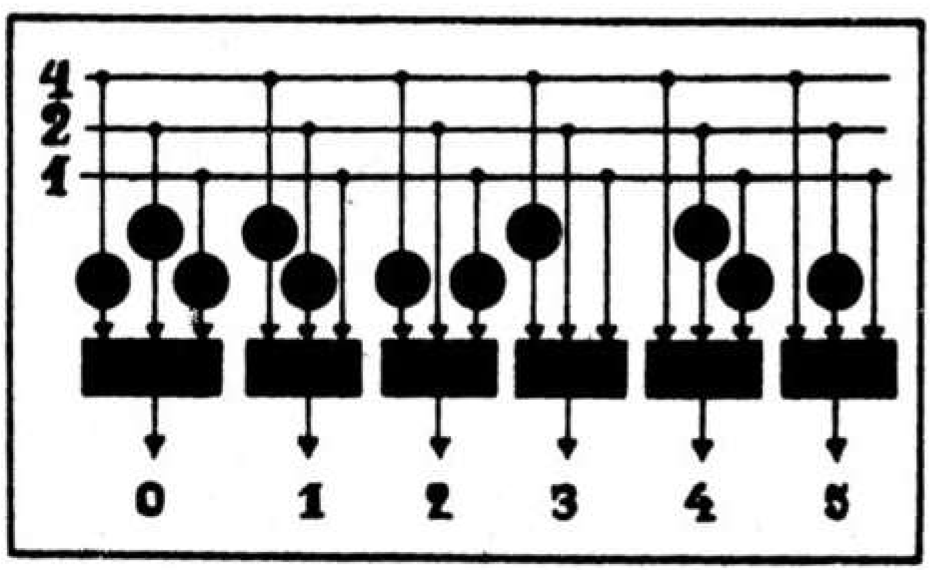


Se debe recordar y hacer uso de él cuando se construyan computadoras

Problema 11. A este dispositivo automático se le puede denominar multiplicador de segundo grado:

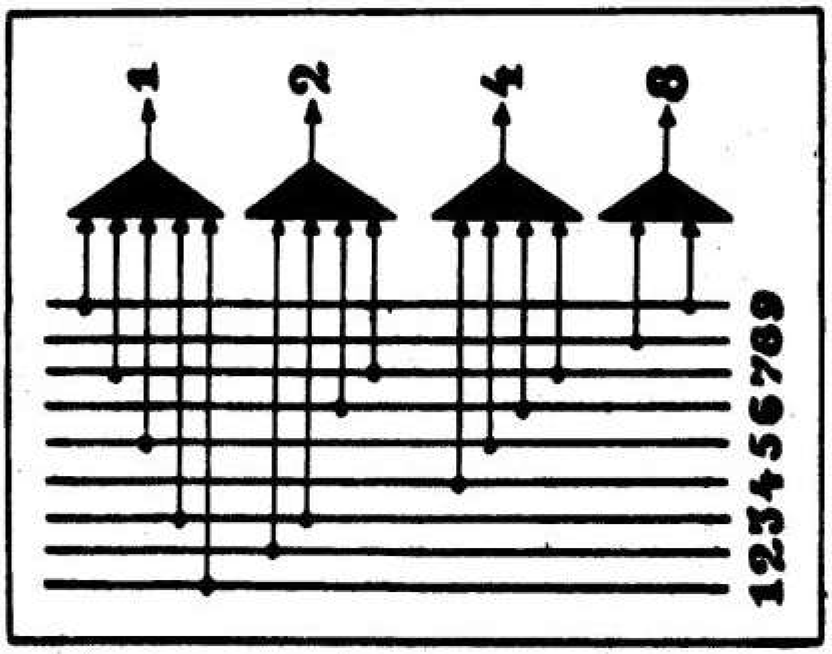


Problema 12. A estos dispositivos se les llama descifradores binario decimales:



¿Cómo se puede simplificar este esquema?

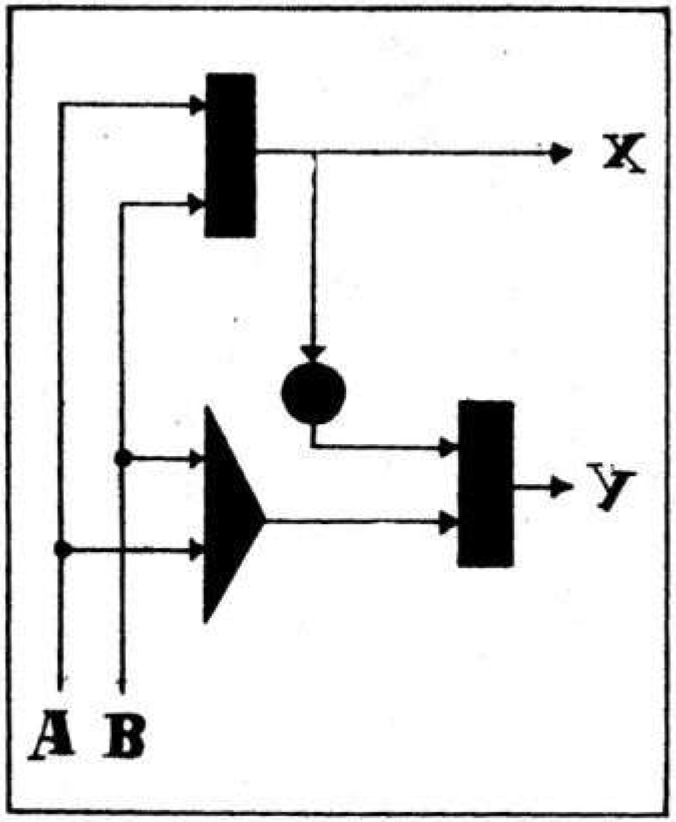
Problema 13. Este es un descifrador decimal-binario.



He aquí dos esquemas que se deben llevar en la agenda de bolsillo

Esquema del semisumador:

Esquema del sumador:


X
Y
A
B

Apéndice

La geometría ayuda

Uno de los procedimientos de miniaturización

EN el cálculo proposicional es frecuente anotar las fórmulas bajo forma de suma de los productos de las letras y de sus negaciones. Veamos algunos ejemplos de fórmulas así escritas:

$$x = AB\bar{C} + \bar{A}C + \bar{B}C$$
$$x = \bar{A}B + A\bar{B}$$
$$x = A + B\bar{C}$$

Cualquier fórmula siempre se puede escribir así. Si la fórmula dada contiene paréntesis, éstos se deben abrir:

$$x = (A+B)(\bar{A} + \bar{C}) = A\bar{C} + \bar{A}B + B\bar{C}$$
$$\bullet = \bar{A}(B+C) = \bar{A}B + \bar{A}C$$

Si la fórmula contiene negaciones de las proposiciones complejas, las negaciones, mediante la aplicación de la fórmula de A Morgan, se pueden aplicar solamente a ciertas proposiciones simples.

Por ejemplo:

$$\mathcal{X} = \overline{\bar{A}B} \cdot C = (A + \bar{B})C = AC + \bar{B}C$$

$$\mathcal{X} = \overline{A\bar{B}C} + A\bar{B} = \bar{A} + B + \bar{C} + A\bar{B}$$

etc.

De este modo (la suma de los productos de las proposiciones simples o sus negaciones) las fórmulas se consideran escritas en forma disyuntiva normal.

Existe, además, la fórmula disyuntiva normal perfecta (F. D. N. P.) para la anotación de las fórmulas de las proposiciones complejas.

Esta se diferencia de la normal en que cada uno de sus sumandos (los sumandos son productos) contiene TODAS. las proposiciones simples o sus negaciones.

Por ejemplo:

$$\mathcal{X} = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C}$$

$$\mathcal{X} = \bar{A}B + A\bar{B}$$

En cambio, esta otra fórmula no está escrita en F. D. N. P.:

$$\mathcal{X} = AB + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$$

En esta fórmula, el primer sumando carece de la proposición C, afirmativa o negativa. De cualquier forma disyuntiva normal es fácil pasar a su F. D. N. P.

$$x = A + \bar{A}B$$

(En el primer sumando no hay ni B ni *B.)*

Procederemos como sigue: el primer sumando, en el que no hay la letra B, lo multiplicamos por (B + B) = 1, con lo que el significado de X no se modifica.

$$x = A(B + \bar{B}) + \bar{A}B = AB + A\bar{B} + \bar{A}B$$

La fórmula obtenida está ya escrita en F. D. N. P., puesto que todos los sumandos contienen todas las proposiciones simples o sus negaciones.

Un ejemplo más

$$x = ABC + A\bar{B}$$

El segundo sumando, en el que no hay C ni *C,* lo multiplicamos por

$$x = ABC + A\bar{B}(C + \bar{C}) = ABC +$$
$$ABC + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$$

Así, pues, cualquier fórmula se puede escribir en F. D. N. P. La miniaturización de cualquier fórmula se inicia pasando la fórmula dada a su F. D. N. P.

Para cada proposición compleja, de acuerdo con su fórmula, se puede construir el modelo geométrico.

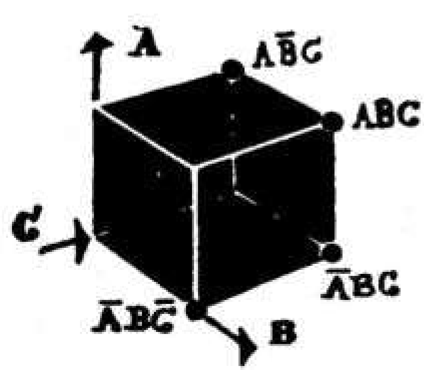
Toda fórmula en la que intervengan tres proposiciones simples se puede representar en un cubo de tres dimensiones. Se coloca el cubo en el origen de un sistema espacial de coordenadas y a los ejes se les denomina con las mismas letras que se han utilizado para designar las proposiciones simples de la fórmula dada.

Sea la fórmula:

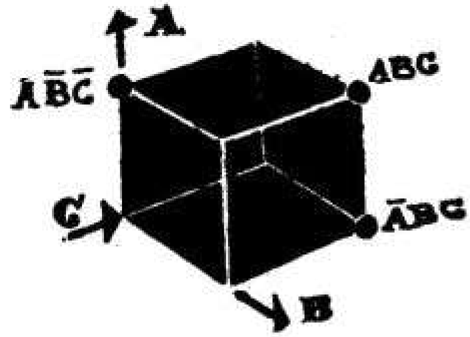
$$x = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

He aquí cómo se la representa en el cubo:

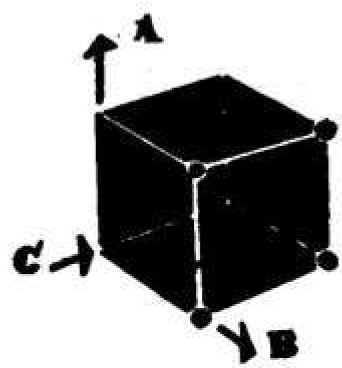
Otro ejemplo:



$$x = ABC + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$



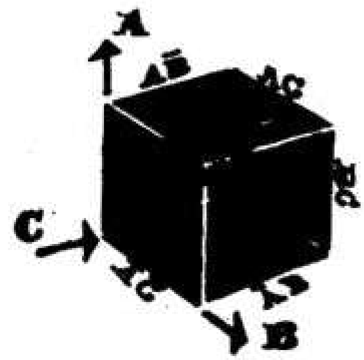
¿Pero cómo se utilizan para la miniaturización los modelos geométricos de las fórmulas? sea la fórmula: X=ABC + A*BC.* Su modelo geométrico es:



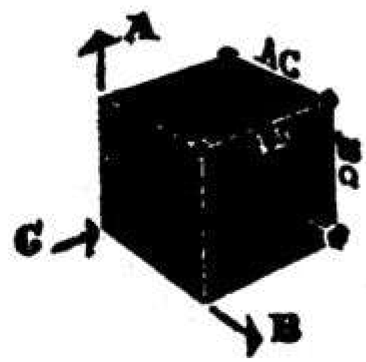
Se han señalado dos vértices contiguos. Prestamos atención a que puede realizarse la aglutinación sobre la letra C.

Tendremos entonces X=AB. La arista con los vértices señalados era paralela a C y la aglutinación se produjo sobre esta misma letra.

A cada arista se le puede atribuir una denominación.



Supongamos que una fórmula se ha aplicado a un cubo, en el que hay tres aristas con vértices señalados:



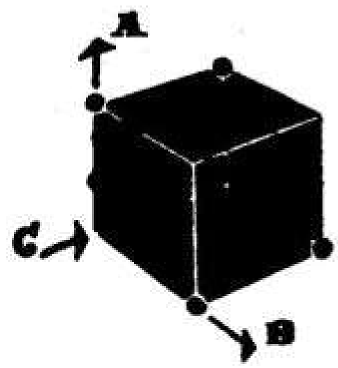
Utilizaremos para la anotación de la fórmula los nombres de las aristas:

$$x = AB + AC + BC$$

Restableceremos ahora la fórmula primitiva, la fórmula que se aplicó al cubo:

$$x = ABC + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

Otro ejemplo:



Escribiremos la fórmula utilizando la denominación de las aristas:

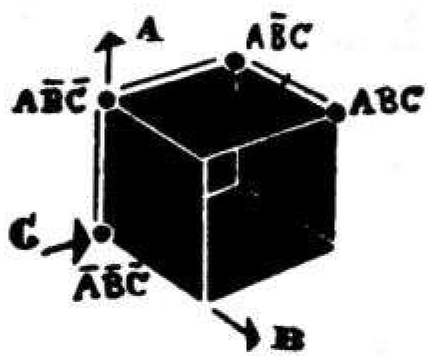
$$x = A\bar{B} + \bar{A}B$$

Restablezcamos la fórmula primitiva:

$$x = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC$$

Aquellas fórmulas para cuya anotación se han utilizado todas las aristas, sin excepción, de vértices marcados. se denominan simplificadas.

Ejemplo:



Se tienen cuatro vértices señalados y tres aristas.

Haciendo uso de las tres aristas señaladas se obtiene la forma simplificada de la fórmula dada en el cubo:

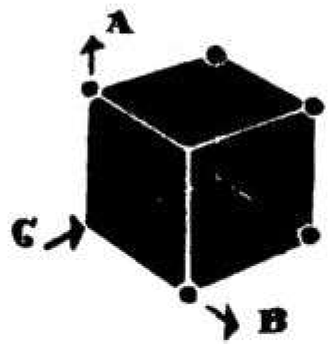
$$x = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AC$$

Pero para obtener las fórmulas se pueden utilizar dos en lugar de tres denominaciones de las aristas. En el dibujo, estas aristas se han marcado con un pequeño trazo perpendicular.

Entonces, en lugar de la suma ABC +ABC se escribe BC, y en lugar de la suma ABC +ABC escribiremos AC:

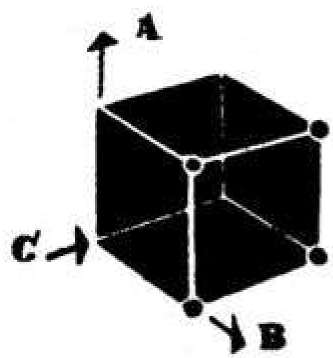
$$x = \bar{B}\bar{C} + AC$$

Si se puede pasar sin tener que utilizar todas las denominaciones de las aristas, pero de modo que todos los vértices queden "cubiertos por las aristas”, se llega a una de las formas miniaturizadas de anotación de las fórmulas. Pueden darse varias formas miniaturizadas. Veamos un ejemplo:



Los vértices del modelo dado quedan cubiertos por tres aristas, pero pueden darse unas cuantas variantes. Cada una de las anotaciones obtenidas corresponde a una de las formas miniaturizadas.

No deja de ser interesante el caso en que los vértices señalados son o corresponden a una misma cara:



En el caso dado, nos hallamos ante la fórmula incluida en el cubo:

$$x = ABC + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC$$

Si se utiliza la denominación de las aristas que cubren los vértices señalados, la fórmula adopta el aspecto siguiente:

$$x = AB + \bar{A}B$$

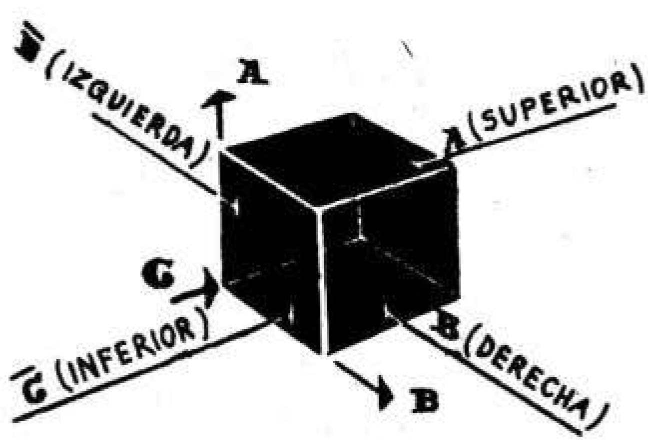
o $$x = B\bar{C} + BC$$

En cada una de las fórmulas obtenidas es posible realizar la aglutinación y, entonces, la fórmula se presenta así:

$$x = B$$

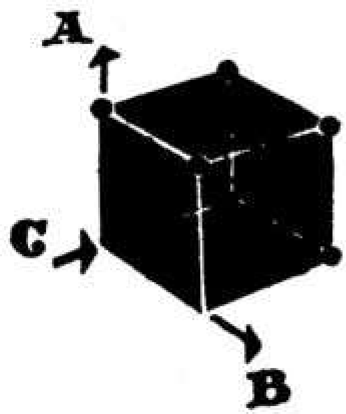
En efecto, todos los vértices señalados poseen la propiedad de estar desplazados en dirección a "B". Ello permite atribuir a la cara dada la denominación "B".

En el dibujo siguiente, se señalan todas las caras y sus denominaciones:



Si resulta que los vértices señalados pertenecen a una misma cara, se puede sustituir la suma de los cuatro sumandos por una letra: por la denominación de la cara.

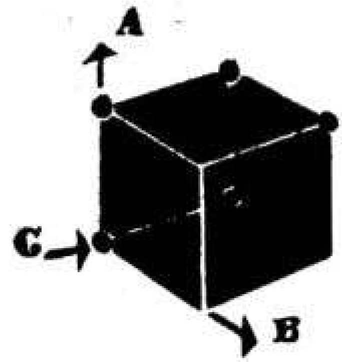
Ejemplo:



Se ha señalado la cara "A". Al nombre de la cara añadimos las denominaciones de las aristas y obtenemos la fórmula miniaturizada:

$$x = A + BC$$

Otro ejemplo:

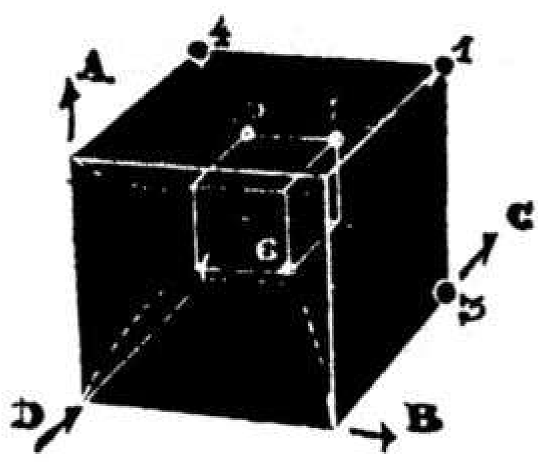


$$x = \bar{B} + AC$$

¿Y qué sucede cuando la proposición compleja contiene cuatro, en lugar de tres proposiciones simples? ¿Cómo se procede en este caso?

En este caso se utiliza un cubo de cuatro dimensiones.

He aquí una posible variante de la representación gráfica de este cubo de cuatro dimensiones:



Se tienen aquí cuatro direcciones: las tres corrientes A, B y C) y una nueva más: la dirección “hacia adentro”, que llamaremos "D".

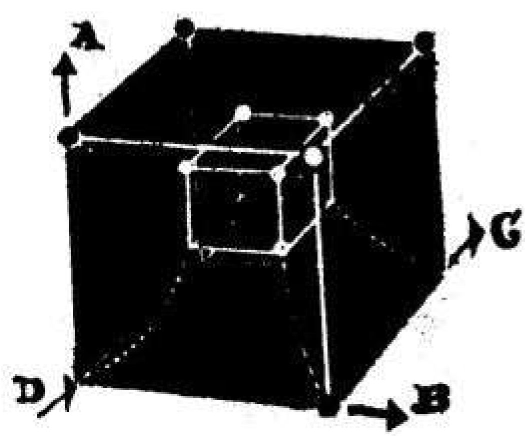
Veamos cómo se pueden escribir las coordenadas de los vértices que se señalan en el dibujo:

$$1\text{-}ABC\bar{D} \quad 2\text{-}ABCD \quad 3\text{-}\bar{A}BC\bar{D}$$

$$4\text{-}A\bar{B}C\bar{D} \quad 5\text{-}A\bar{B}CD \quad 6\text{-}\bar{A}B\bar{C}D$$

En el cubo de cuatro dimensiones (tetradimensional) se tiene aristas, caras y semicubos. Debes averiguar por ti mismo cómo se ha de utilizar lo que al aplicar las fórmulas resulta ser el vértice, o la cara, o el semicubo.

Como ejemplo, ofrecemos un cubo con la fórmula aplicada y con la que se obtiene después de la miniaturización.



$$x = A + \bar{A}B\bar{C}$$